



Fractal Model for Morphological Representation of *Capsicum annum* L. in 3D

Modelo fractal para la representación morfológica de la planta Capsicum annum L. en 3D

M.Sc. Yeniffer A. Veliz-Díaz¹, M.Sc. Reynolds León-Guerra¹¹

¹Universidad Agraria de La Habana, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba.

¹¹ Centro de Aplicaciones de Tecnologías de Avanzada, La Habana, Cuba.

ABSTRACT. This research is a support for 3D simulation agricultural robotics. Its aim is to design a three-dimensional model for *Capsicum annum* L. (CAL) using fractal geometry theory, to be applied in agricultural robot simulators. Morphological characteristics of the plant were analyzed and fractal analysis was performed by the Box-Counting method (performing a linear Least-Squares Fitting) It was demonstrated the presence of a linear relationship that allowed classifying the plant as a fractal CAL. Based on that information, the model describing the growth of the plant was designed by an L-system and it was built from the algorithm model that describes, in natural language, the CAL L-system. Lparser tool was used, allowing interpreting the structure of the L-system plant model, simulating its growth in different stages and as a final result it is viewed through a Web 3D viewer.

Keywords: Plant, Three-dimensional Model, Geometry, Agricultural Robots.

RESUMEN. La presente investigación, surge como apoyo a la simulación 3D en robótica agrícola. Teniendo como objetivo diseñar un modelo tridimensional para la planta *Capsicum annum* L. (CAL) mediante la teoría de la geometría fractal, para su uso en simuladores de robots agrícolas. Se analizaron características morfológicas de la planta y se realizó un análisis fractal de la misma mediante el método Conteo de Cajas (efectuando un ajuste lineal por mínimos cuadrados). Se demostró la presencia de una relación lineal que permitió clasificar la planta de CAL como un fractal. Sobre esta información se diseñó el modelo que describe el crecimiento de la planta mediante un Sistema-L y se construyó a partir del modelo el algoritmo que describe en lenguaje natural el Sistema-L CAL. Se utilizó la herramienta Lparser, permitiendo interpretar la estructura del modelo de Sistema-L de la planta, simular el crecimiento de la misma en diferentes etapas y como resultado final se visualiza mediante un visor 3D Web.

Palabras clave: planta, modelo tridimensional, geometría, robots agrícolas.

INTRODUCTION

Introduction of advanced statistical models and tools into worldwide researches has increased nowadays. The use and proper interpretation of these techniques allow making optimal decisions, efficiency and achieving greater efforts in different areas and, especially, in agricultural sector, where those applications favor the development of productive systems (Chavez *et al.*, 2013).

The structural modeling of plants has been specifically developed through three different currents, focusing the present research in one of them: languages oriented to the three-dimensional modeling of plants, such as L-Systems (Fernandez, 2005).

INTRODUCCIÓN

En la actualidad a nivel mundial se ha incrementado la necesidad de introducir en las investigaciones los modelos y las herramientas estadístico-matemáticas de avanzada. El uso e interpretación adecuada de estas técnicas permiten la toma de decisiones óptimas, la eficiencia y el logro de empeños superiores en las diferentes esferas y muy en especial en el sector agrario, cuya aplicación favorece el desarrollo de los sistemas productivos (Chávez *et al.*, 2013).

La modelación estructural de plantas específicamente ha sido desarrollada a través de tres corrientes diferentes, centrandose especial interés la presente investigación en una de ellas: los lenguajes orientados a la modelación tridimensional de plantas, como los Sistemas-L (Fernández, 2005).

Another way to model complex structures of nature, such as plants is the theory of fractals. Fractal geometry allows us to describe aspects such as: the bush of a shrub, the rough surface of a rock, or the profile of a mountain. Fractals is the set of forms normally generated by repetitive mathematical processes and are characterized by: 1) having the same appearance at any scale of observation, 2) having infinite length, 3) not being differentiable, and 4) having fractional or fractal dimension. Currently, although the four characteristics mentioned are maintained, their meaning is: geometric shapes that can be separated into parts, each of which is a reduced version of the whole (Gonzalez & Guerrero, 2001).

Fractal geometry describes through algorithms, allows fractional dimensions and is suitable for describing natural forms. This geometry provides a description and a form of mathematical modeling for the complicated structures of nature (Ortiz & Hinojosa, 1998).

For all of the above, in the research is stated as a problem: How to model the plant *Capsicum annuum* L. using fractal geometry? By being able to model the plant at different stages of its growth in a natural way, its general structure can be estimated (number of leaves, branches and how the above elements are distributed spatially), that virtual plant can be visualized in 3D and incorporated into different simulation environments to study the behavior of robots (especially robotic arms), in order to know the appropriate kinematic and dynamical parameters in the operation. For this reason the objective of this research was to design a model that allowed the three-dimensional representation of *Capsicum annuum* L. as a plant, starting from the hypothesis that, through fractal geometry theory, growth of *Capsicum annuum* L., plant can be modeled in its different stages to be used in simulators of agricultural robots. The present study ends in the 3D modeling stage of the plant, leaving future aspects related to agricultural robotics for future work.

METHODS

Botanical Characteristics of *Capsicum annuum* L.

The growth of the plant is the result of the evolution of specific cellular tissues. A bud can, at one time, die, and it will produce nothing in any period of time, or it may give birth to a flower (and then the bud dies). The axis of the leaves is the result of the activity of the bud located at its tip, which is called the apical bud; it is made of a series of internodes; an internode is a part of the stem made of a woody material, in whose tip one or more leaves can be found. Between two internodes there is a knot that carries leaves and buds, each node has at least one leaf and on each leaf axils there is an axillary bud (De Reffye & Houllier, 1997).

A central notion for the model is the growth sequence of internodes and knots produced by the apical bud of the anterior node. Another important notion is related to the order of an axis (see Figure 1). The first order of the plant axis is the sequence of growth units in a way that, each of these growth units sprouts from the apical bud (De Reffye & Houllier, 1997).

Otra forma de modelar estructuras complejas de la naturaleza, como son las plantas es la teoría de fractales. La geometría fractal permite describir aspectos como: el ramaje de un arbusto, la superficie rugosa de una roca, o el perfil de una montaña. Fractales es el conjunto de formas generadas normalmente por procesos matemáticos repetitivos y que se caracterizan por: 1) tener el mismo aspecto a cualquier escala de observación, 2) tener longitud infinita, 3) no ser diferenciables y 4) tener dimensión fraccional o fractal. Actualmente, aunque se mantienen las cuatro características mencionadas su acepción es: formas geométricas que pueden ser separadas en partes, cada una de las cuales es una versión reducida del todo (González y Guerrero, 2001).

La geometría fractal describe por medio de algoritmos, permite dimensiones fraccionarias y es adecuada para describir formas naturales. Dicha geometría provee una descripción y una forma de modelado matemático para las complicadas estructuras de la naturaleza (Ortiz y Hinojosa, 1998).

Por todo lo anteriormente planteado, en la investigación se declara como problema: ¿Cómo modelar la planta *Capsicum Annuum* L. mediante la geometría fractal? Al poder modelar la planta en diferentes estadios de su crecimiento de forma natural se puede estimar como puede ser su estructura general (cantidad de hojas, ramas y como están espacialmente distribuidos los elementos anteriores), esta planta virtual puede ser visualizada en 3D e incorporada a diferentes ambientes de simulación para estudiar el comportamiento de los robots (especialmente de los brazos robóticos) para conocer los parámetros cinemáticos y dinámicos adecuados en la explotación. Por tal motivo la investigación tuvo como objetivodiseñar un modelo que permita la representación tridimensional de la planta *Capsicum Annuum* L.; partiendo de la hipótesis de que mediante la teoría de la geometría fractal se puede modelar el crecimiento de la planta *Capsicum Annuum* L. en sus diferentes estadios para ser utilizada en los simuladores de robots agrícolas. El presente estudio termina en la etapa de modelación en 3D de la planta, dejando para trabajos futuros los aspectos relacionados con la robótica agrícola.

MÉTODOS

Características botánicas del *Capsicum annuum* L.

El crecimiento de la planta es el resultado de la evolución de tejidos celulares específicos. Una yema puede, en un tiempo, morir, y no va a producir nada en ningún período de tiempo, o puede dar a luz una flor (y luego la yema muere). El eje de las hojas es el resultado de la actividad de la yema situada en su punta, lo que es llamado yema apical; está hecho de una serie de entrenudos; un entrenudo es una parte del vástago hecho de un material leñoso en la punta en los cuales se puede encontrar una o varias hojas. Entre dos entrenudos existe un nudo que lleva las hojas y brotes; cada nudo tiene al menos una hoja, en cada axila de las hojas, se encuentra la yema axilar (de Reffye y Houllier, 1997).

Una noción central para el modelo es la secuencia de crecimiento de entrenudos y nudos producidos por el brote apical del nodo anterior. Otra noción importante está relacionada con el orden de un eje (Figura 1). El primer orden del eje de la planta es la secuencia de unidades de crecimiento de tal manera que cada una de estas unidades de crecimiento nace de la yema apical de la (de Reffye y Houllier, 1997).

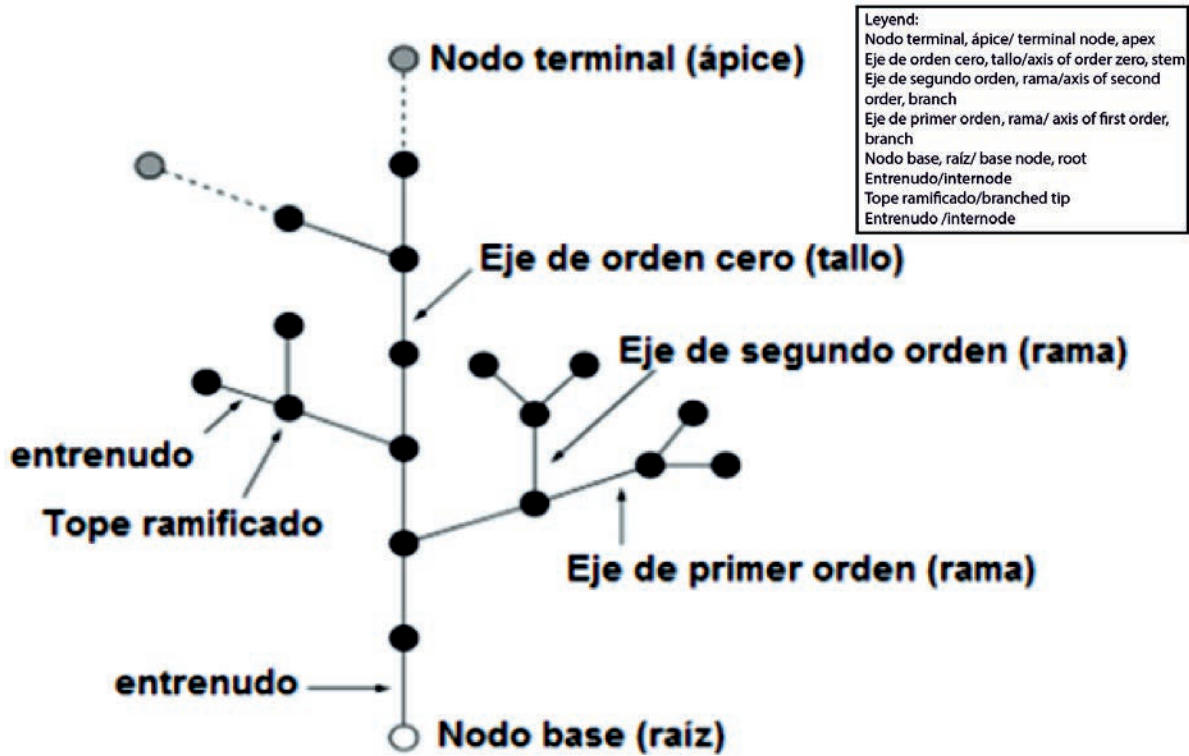


FIGURE 1. Perception of the axis of the leaves and the order of an axis.
 FIGURA 1. Percepción del eje de las hojas y el orden de un eje.



FIGURE 2. A 38-day plant of *Capsicum annuum* L. showing an alternate distribution in its leaves.
 FIGURA 2. Planta de *Capsicum annuum* L. con 38 días de edad que muestra una distribución alterna en sus hojas.

To simulate the growth of the plant, the input parameters of Table 1 are considered:

Para simular el crecimiento de la planta se consideran los parámetros de entrada de la Tabla 1:

TABLE 1. Parameters taken into account in the model
 TABLA 1. Parámetros que se tienen en cuenta en el modelo

#	Settings	Characteristics
1	Angle of branches with respect to stem.	It is assumed 45° according to observations to the plant.
2	Phytotaxis (distribution of leaves along the stem)	Alternate distribution

3	Geometrical parameters of an internod : length (cm)	The following values are assumed 7.22; 7.40 and 7.49 cm, approximately (Montes <i>et al.</i> , 2014).
4	Diameter of stem (cm)	It is assumed that the diameter is 1.98 cm (Moreno <i>et al.</i> , 2012).
5	Branch Diameter of branches (cm).	The diameter varies between 1.157 and 1.177 cm, approximately (Montes <i>et al.</i> , 2014).
6	Number of leaves	25 to 59 according to the number of days after transplantation.
7	One leaf size (cm)	4-12 cm long by 1.5- 4 cm wide .
8	Fruit average weight (g)	Between 140 and 60 g

Determination of the fractal dimension of the plant

To perform an analysis of fractal characteristics of the plant fractal dimension was determined: dimensionless numerical measure that determines the degree of irregularity of a fractal (Velasco *et al.*, 2015).

In order to calculate the fractal dimension of the *Capsicum annuum L.* plant, the Box-Counting method was applied. The procedure followed was to simulate a uniformly spaced mesh on the image of the plant and to quantify how many squares are required to cover the whole. The sizes of the grids for each iteration allowed recording the minimum amount of grids that covered the image. The fractal dimension of the object is calculated by seeing how this number changes as the mesh becomes thinner and thinner. This was possible with the use of computer vision techniques. (Figure 3)

Determinación de la dimensión fractal de la planta

Para realizar un análisis de las características fractales de la planta se determinó su dimensión fractal: medida numérica adimensional que determina el grado de irregularidad de un fractal (Velasco *et al.*, 2015).

Para calcular la dimensión fractal de la planta *Capsicum Annuum L.*, fue aplicado el método Coteo de Cajas, el procedimiento seguido consistió en simular una malla uniformemente espaciada sobre la imagen de la planta y cuantificar cuantas cuadrículas se requieren para cubrir el conjunto, al disminuir los tamaños de la cuadrículas para cada iteración permitió registrar la cantidad mínima de cuadrículas que cubría la imagen. La dimensión fractal del objeto se calcula viendo cómo cambia este número al ir haciendo la malla más y más fina. Esto fue posible con el empleo de técnicas de visión por computadora. (Figura 3).

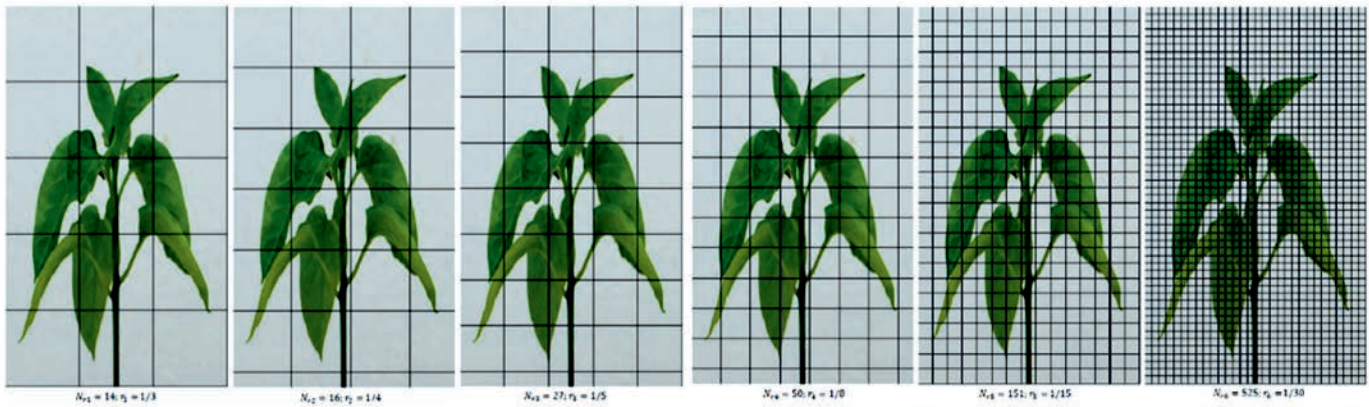


FIGURE 3. Box-Counting Method applied to calculate the fractal dimension of *Capsicum annuum L.*
 FIGURA 3. Método Coteo de Cajas aplicado para calcular la dimensión fractal de la planta *Capsicum Annuum L.*

Bouda *et al.* (2016), suggest that in this way, assuming that N_r is the number of squares in the required scale to cover the object, then its fractal dimension is defined according to Mimkowski-Bouligand's formula as follows:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N_r}{\log \frac{1}{r}}$$

Thus, the number of squares contained in *Capsicum annuum L.* plant (N_r) and the scale factor (r) are recorded, as the latter becomes smaller and smaller. The logarithm of these two values is calculated and applying a Linear Regression analysis adjusted by a Least-Squares estimator,

(Bouda *et al.*, 2016) plantean que de esta forma, suponiendo que es el número de cuadrículas en la escala requerida para cubrir el objeto, entonces su dimensión fractal se define conforme a la fórmula de Mimkowski-Bouligand como sigue:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N_r}{\log \frac{1}{r}}$$

Así se registra el número de cuadrículas que contiene la planta de *Capsicum Annuum L.* (N_r) y el factor de escala (r), al ir haciendo esta última cada vez más pequeña. Se calcula el logaritmo de estos dos valores y aplicando un análisis de Regresión Lineal ajustado por un estimador de Mínimos Cua-

it can be observed that it keeps a linear relation, as it is shown in Figure 4.

The presence of a linear relationship implies that the analyzed object is a fractal where the slope of the line will be the fractal dimension sought (Gaulin, 1994).

As it is observed in the equation of the line shown in Figure 4, the fractal dimension of *Capsicum annum L.* plant is 1.61726, and although this value will not be used in the model proposal, it is important to mention that it is an indicator of complexity of the plant shape. This indicator grows as the shape is more irregular.

From this analysis and once it has been demonstrated that the plant of *Capsicum annum L.* is a fractal, it is possible to design a model based on L-Systems with feature fractal which describes the growth of the plant.

Además se puede observar que guarda una relación lineal, como muestra la Figura 4.

La presencia de una relación lineal implica que el objeto analizado es un fractal donde la pendiente de la recta será la dimensión fractal buscada (Gaulin, 1994).

Según se observa en la ecuación de la recta que se muestra en la Figura 4, la dimensión fractal de la planta *Capsicum Annuum L.* es 1,61726, y aunque este valor no será utilizado en la propuesta del modelo, si resulta importante mencionar que constituye un indicador de complejidad de la forma de la planta. Este indicador crece a medida que la forma es más irregular.

A partir de este análisis y una vez demostrado que la planta de *Capsicum Annuum L.* es un fractal es posible diseñar un modelo basado en Sistemas-L con característica fractales el cual describa el crecimiento de la planta.

N_r	$1/r$	$\log N_r$	$\log 1/r$
14	3	1,146128	0,477121
16	4	1,204119	0,602059
27	5	1,431363	0,698970
50	8	1,698970	0,903089
151	15	2,178976	1,176091
525	30	2,720159	1,477121
D = 1,61726			

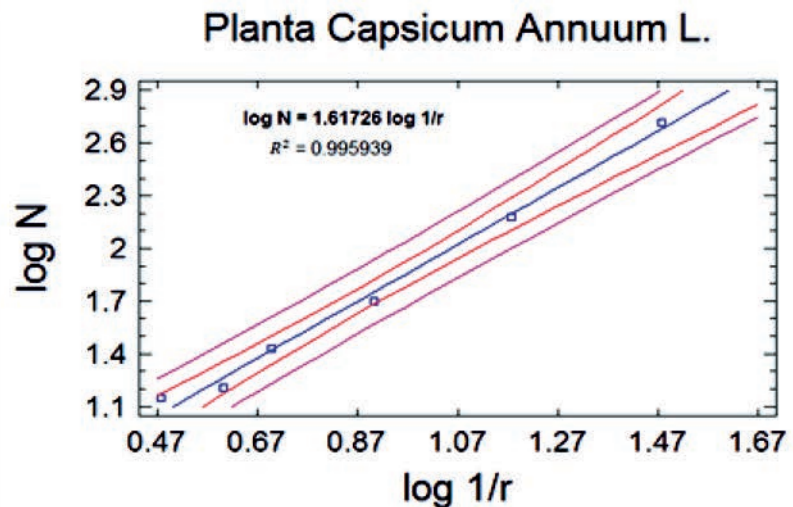


FIGURE 4. Fractal dimension calculation of *Capsicum annum L.*
 FIGURA 4. Cálculo de la dimensión fractal de la planta *Capsicum annum L.*

Lindenmayer and Lparser systems

An L-System is a language, a formal grammar of parallel derivation, a set of rules and symbols mainly used to model the process of plant growth, but also it can model the morphology of a variety of organisms. L-Systems can be used to generate self-similar fractals (Prusinkiewicz, 1999).

The model outlined below describes the growth of *Capsicum annum L.* plant by an L-System. Before the L-System is proposed, the meaning of the symbols and parameters used in the model are defined as follows: *P*: apical meristem, *H*: leaf, *E*: internode, *F*: flower, *F*: fruit, *[]*: beginning and end of a branch, *n*: level, *h*: number of leaves, *f*: number of flowers, *l_p*: length of a leaf, *a_h*: width of a leaf, *l*: length of an internode, *t*: size of a flower, *d*: diameter of a fruit, *l_a*: long of a fruit, *p*: weight of a fruit, *a*: angle of the branches with respect to the stem, ΔE_t : length an internode increases in a period of time, ΔH_t : length a leaf increases in a period of time, ΔH_a : a leaf width increasing in a period of time, ΔA_t : length a fruit increases in a period of time, ΔA_a : diameter a fruit increases

Sistemas de Lindenmayer y L parser

Un Sistema-L es un lenguaje, una gramática formal de derivación paralela, un conjunto de reglas y símbolos principalmente utilizados para modelar el proceso de crecimiento de las plantas, aunque también puede modelar la morfología de una gran variedad de organismos. Los Sistemas-L pueden utilizarse para generar fractales autosimilares (Prusinkiewicz, 1999).

El modelo planteado a continuación describe el crecimiento de la planta *Capsicum Annuum L.* mediante un Sistema-L. Antes de plantear el Sistema-L se define el significado de los símbolos y parámetros utilizados en el modelo como sigue; *P*: yema apical, *H*: hoja, *E*: entre nudo, *F*: flor, *A*: fruto, *[]*: inicio y fin de una rama, *n*: nivel, *h*: número de hojas, *f*: número de flores, *l_p*: largo de una hoja, *a_h*: ancho de una hoja, *l*: longitud de un entre nudo, *t*: tamaño de una flor, *d*: diámetro de un fruto, *l_a*: largo de un fruto, *p*: peso de un fruto, *a*: ángulo de las ramas con respecto al tallo, ΔE_t : longitud que aumenta un entre nudo en un período de tiempo, ΔH_t : largo que aumenta una hoja en un período de tiempo, ΔH_a : ancho que aumenta una hoja en un período de tiempo, ΔA_t : largo que aumenta

in a period of time, ΔA_p : weight a fruit increases in a period of time, ΔF : size that increases a flower in a period of time, M_{A_t} : maximum size of a fruit, M_{F_t} : maximum size of a flower, M_{E_t} : maximum size of an internode.

L-systems: *Capsicum annuum* L. Plant

Symbols: $P, E, H, F, A, [,]$

Settings:

- **Internode:** n, l, a, h, f
- **Leaf:** n, l_h, a_h
- **Fruit:** p, d, l_a
- **Flower:** n, t
- **Apical bud:** n

Axiom: P

Rules of production:

$$\begin{aligned}
 &P(n) \rightarrow E(n, l, \alpha, h, f)P(n) \text{ I} \\
 &p_1(\pi 1): E(n, l, \alpha, h, f) \rightarrow H(0, l_h, a_h)E(l, \alpha, h - 1, f) \quad h > 0 \text{ II} \\
 &p_2(\pi 2): E(n, l, \alpha, h, f) \rightarrow F(0, t)E(l, \alpha, h, f - 1) \quad f > 0 \text{ III} \\
 &p_3(\pi 3): E(n, l, \alpha, h, f) \rightarrow [E(n + 1, l, \alpha, h, f)P(n + 1)]E(n, l, \alpha, h, f) \text{ IV} \\
 &p_4(\pi 4): E(n, l, \alpha, h, f) \rightarrow E(n, l + \Delta E_l, \alpha, h, f) \quad l < M_{E_t} \text{ V} \\
 &p_5(\pi 5)F(n, t) \rightarrow A(p, d, l_r) \text{ VI} \\
 &(n, l_h, a_h) \rightarrow H(n, l_h + \Delta H_l, a_h + \Delta H_a) \text{ VIII} \quad A(p, d, l_a) \rightarrow A(p + \Delta A_p, d + \Delta A_d, l_a + \Delta A_l) \quad p < M_{A_t} \text{ IX}
 \end{aligned}$$

RESULTS AND DISCUSSION

Description of the model that generates the growth of *Capsicum annuum* L. plant

First, the alphabet formed by the following symbols $P, E, H, F, A, [,]$ is defined. Let the rules of growth be the following set of rules of production:

$$\begin{aligned}
 &P(n) \rightarrow E(n, l, \alpha, h, f)P(n) \text{ I} \\
 &p_1(\pi 1): E(n, l, \alpha, h, f) \rightarrow H(0, l_h, a_h)E(l, \alpha, h - 1, f) \quad h > 0 \text{ II} \\
 &p_2(\pi 2): E(n, l, \alpha, h, f) \rightarrow F(0, t)E(l, \alpha, h, f - 1) \quad f > 0 \text{ III} \\
 &p_3(\pi 3): E(n, l, \alpha, h, f) \rightarrow [E(n + 1, l, \alpha, h, f)P(n + 1)]E(n, l, \alpha, h, f) \text{ IV} \\
 &p_4(\pi 4): E(n, l, \alpha, h, f) \rightarrow E(n, l + \Delta E_l, \alpha, h, f) \quad l < M_{E_t} \text{ V} \\
 &p_5(\pi 5)F(n, t) \rightarrow A(p, d, l_r) \text{ VI} \\
 &p_6(\pi 6)F(n, t) \rightarrow F(n, t + \Delta F_t) \quad t < M_{F_t} \text{ VII} \\
 &H(n, l_h, a_h) \rightarrow H(n, l_h + \Delta H_l, a_h + \Delta H_a) \text{ VIII} \\
 &A(p, d, l_a) \rightarrow A(p + \Delta A_p, d + \Delta A_d, l_a + \Delta A_l) \quad p < M_{A_t} \text{ IX}
 \end{aligned}$$

Initial conditions, given by a previously specified symbol chain (in this case the chain formed by a single symbol), are assumed or the simulation time $t = 0$.

$$P(n)$$

Applying the rules of growth, it is obtained that, for the simulation time $t = 1$, the resulting chain is:

$$E(n, l, a, h, f) P(n)$$

That is the result of replacing, in accordance with the first production rule, the symbol P with $E P$.

Applying the growth rules again, the following resulting chains are obtained or $t = 2$:

un fruto en un período de tiempo, ΔA_d : diámetro que aumenta un fruto en un período de tiempo, ΔA_p : peso que aumenta un fruto en un período de tiempo, ΔF_t : tamaño que aumenta una flor en un período de tiempo, M_{A_t} : tamaño máximo de un fruto, M_{F_t} : tamaño máximo de una flor, M_{E_t} : tamaño máximo de un entrenudo.

Sistemas-L: Planta *Capsicum Annuum* L.

Símbolos: $P, E, H, F, A, [,]$

Parámetros:

- Entrenudo: n, l, a, h, f
 - Hoja: n, l_h, a_h
 - Fruto: p, d, l_a
 - Flor: n, t
 - Yema apical: n
- Axioma:** P

Reglas de producción:

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Descripción del modelo que genera el crecimiento de la planta *Capsicum Annuum* L.

Primeramente se define el alfabeto formado por los siguientes

símbolos $P, E, H, F, A, [,]$. Sean las reglas de crecimiento el siguiente conjunto de reglas de producción:

Se asume para el tiempo de simulación $t = 0$ las condiciones iniciales dadas por una cadena de símbolos previamente especificada, en este caso la cadena formada por un único símbolo:

$$P(n)$$

Aplicando a continuación las reglas de crecimiento se tendrá que para el tiempo de simulación $t = 1$ la cadena resultante es:

$$E(n, l, a, h, f) P(n)$$

resultado de sustituir, de acuerdo con la primera regla de producción, el símbolo P con EP . Aplicando de nuevo las

$$\begin{aligned}
 & H(0, l_h, a_h)E(l, \alpha, h - 1, f)E(n, l, \alpha, h, f)P(n) \text{ I} \\
 & F(0, t)E(l, \alpha, h, f - 1)E(n, l, \alpha, h, f)P(n) \text{ II} \\
 & [E(n + 1, l, \alpha, h, f)P(n + 1)]E(n, l, \alpha, h, f)E(n, l, \alpha, h, f)P(n) \text{ III} \\
 & E(n, l + \Delta E_l, \alpha, h, f)E(n, l, \alpha, h, f)P(n) \text{ IV}
 \end{aligned}$$

The four new chains are the result of replacing in the first, the symbol E by HE and its corresponding parameters according to the second rule and, P by EP and its parameters as specified in the first rule; in the second chain, the result of replacing E by FE and its parameters, according to the third rule y, P by EP and its parameters, as specified in the first rule; in the third chain, the result of replacing E by [EP] E and P by EP with the corresponding parameters in each substitution; in the fourth and last chain the result of replacing E by E as specified by the fourth rule and P by EP as proposed by the first rule, in both substitutions with the corresponding parameters.

It can be observed that, unlike the second iteration in which only 1 resultant chain was obtained, for $t = 3, 4$ chains were obtained, this is because in a plant an internode can produce in a given moment a leaf or a flower or create a new branch forming a new internode or simply the internode produces nothing, but is maintained and increases its length; in this case the model assigns a probability of occurrence for each of the possible productions that can be obtained, based on how this process occurs in the actual growth of the pepper plant, from this probability of occurrence, the rule to be applied is randomly elected.

In short, by applying the rules of production, defined as plant growth rules to a chain of preexisting symbols, a new chain is obtained, repeating the substitution of symbols iteratively, which coincides with the central concept of L-systems: Rewriting, a technique for defining complex objects by successively replacing parts of a simple initial object (the axiom) by a set of rewriting or production rules (Deussen y Lintermann, 2006).

By replacing the symbols of the chain obtained in the previous iteration, in the following ones, according to the rules of growth, the structure of the system increases its complexity, which makes it impossible to describe the process without the help of a tool that interprets the model for its graphic visualization.

It is important to emphasize that the rules of new parts production are the same ones as those used to create the previous parts, in this way a structure is achieved in which each part of it looks like the total, what is known as "Autosimilarity" and facilitates the description of fractal-like forms (Mandelbrot, 1997).

The geometric notion of self-similarity became a paradigm for structure in the natural world. Nowhere this principle is more evident than in the world of Botany (Lindenmayer & Prusinkiewicz, 1996).

Another important consideration is that the rules of production are applied simultaneously to all the symbols of the input chain, be it the axiom or the resulting chains of each

reglas de crecimiento, se tiene para $t=2$ las siguientes cadenas resultantes:

Siendo las cuatro nuevas cadenas el resultado de sustituir en la primera, el símbolo E por HE y sus correspondientes parámetros de acuerdo con la segunda regla y, P por EP y sus parámetros tal y como se especifica en la primera regla; en la segunda cadena, el resultado de sustituir E por FE y sus parámetros, de acuerdo con la tercera regla y, P por EP y sus parámetros, según lo especifica la primera regla; en la tercera cadena, el resultado de sustituir E por [EP] E y P por EP con los parámetros correspondientes en cada sustitución; en la cuarta y última cadena el resultado de sustituir E por E como lo especifica la cuarta regla y P por EP según plantea la primera regla, en ambas sustituciones con los parámetros correspondientes.

Se puede observar que a diferencia de la segunda iteración en la que sólo se obtuvo 1 cadena resultante, para $t=3$, se obtuvieron 4 cadenas, esto se debe a que en una planta un entrenudo puede producir en un momento dado una hoja o una flor o crear una nueva rama formándose un nuevo entrenudo o simplemente el entrenudo no produce nada, sino que se mantiene y aumenta su longitud; en este caso el modelo asigna una probabilidad de ocurrencia para cada una de las posibles producciones que puedan obtenerse, basado en como ocurre este proceso en el crecimiento real de la planta de pimiento, a partir de esta probabilidad de ocurrencia se selecciona la regla aplicar de forma aleatoria.

En resumen, aplicando las reglas de producción, definidas como reglas de crecimiento de la planta a una cadena de símbolos preexistentes, se obtiene una nueva cadena, repitiéndose la sustitución de símbolos iterativamente, lo cual coincide con el concepto central de los sistemas-L: el de re-escritura, una técnica para definir objetos complejos reemplazando sucesivamente partes de un objeto inicial simple (el axioma), mediante un conjunto de reglas de reescritura o de producción (Deussen y Lintermann, 2006).

Ahora bien, al sustituir una y otra vez en cada iteración y de acuerdo con las reglas de crecimiento los símbolos de la cadena obtenida en la iteración anterior, la estructura del sistema aumenta su complejidad lo que hace que sea imposible describir el proceso sin la ayuda de una herramienta que interprete el modelo para su visualización gráfica.

Es importante destacar que las reglas de producción de las nuevas partes son las mismas que se usaron para crear las partes anteriores, de esta forma se logra una estructura en la cual cada parte de la misma se parece al total, lo que se conoce como "autosimilaridad" y facilita la descripción de formas tipo fractales (Mandelbrot, 1997).

La noción geométrica de auto-similitud se convirtió en un paradigma para la estructura en el mundo natural. En ninguna parte es esto principio más evidente que en el mundo de la botánica (Lindenmayer y Prusinkiewicz, 1996).

Otra consideración importante está relacionada a que las reglas

derivation, which is a property that reflects the biological origin of Systems- L, since living organisms grow simultaneously in “all” their parts and not sequentially.

The following images show the result of interpreting the process described above for a simulation time $n = 10$, which was possible by using Lparser tool, which according to (Lahoz-Beltra, 2010) is oriented to the simulation of L-Systems and the program Cortona3DViewer 6.0, used to visualize the resulting file of System-L parser *Capsicum annum L.*, thus allowing to show plant simulation in different stages of its growth (Figure 5).



FIGURE 5. Iterations ordered from left to right that simulate the growth of the plant in different stages. (Iteration I, II, III, VI, VIII).
 FIGURA 5. Iteraciones ordenadas de izquierda a derecha que simulan el crecimiento de la planta en diferentes etapas. (Iteración I, II, III, VI, VIII).

System Algorithm-L *Capsicum annum L.*

The algorithm consists of a microgrammatic that has symbols and rules of substitution. From simple forms, a complex structure is constructed, which can be interpreted in graphic terms and represented as the structure of the plant.

The System-L *Capsicum annum L.* algorithm is described in natural language as follows:

Input:

- A: Set of rules, with associated constraints and probabilities.
- Axiom: Initial symbol chain.
- I: Number of iterations.

Output:

- C: Generated chain.
- 1. $C = \text{Axiom}$
- 2. While $k = 0$ to I:
- 3. $C' = \text{Empty chain}$.
- 4. For each symbol of C:
- 5. $R' = \text{Applicable rules of R that have S as left part}$.
- 6. Randomly choose an X rule of R' taking into account the associated probabilities.
- 7. $C' = C' + \text{Right part of X}$
- 8. $C = C'$
- 9. End of cycle
- 10. Returns C
- 11. End of program

CONCLUSIONS

- A study was developed of the current state of plant growth and development modeling, focusing attention

de producción se aplican simultáneamente a todos los símbolos de la cadena de entrada, sea esta el axioma o las cadenas resultantes de cada derivación, lo cual es una propiedad que refleja el origen biológico de lo Sistemas-L, ya que los organismos vivos crecen simultáneamente en “todas” sus partes y no secuencialmente.

Las imágenes siguientes muestran el resultado de la interpretación del proceso descrito anteriormente para un tiempo de simulación $n=10$, lo cual fue posible mediante la utilización de la herramienta Lparser, la cual según (Lahoz-Beltra, 2010) está orientada a la simulación de Sistemas-L y el programa Cortona3DViewer 6.0, utilizado para visualizar el fichero resultante de parsear el Sistema-L *Capsicum annum L.*, permitiendo mostrar así la simulación de la

planta en diferentes etapas de su crecimiento (Figura 5).

Algoritmo del Sistema-L *CapsicumAnnuum L.*

El algoritmo consiste en una microgramática que posee símbolos y reglas de sustitución. A partir de formas simples, se construye una estructura compleja, la cual puede ser interpretada en términos gráficos y representada como la estructura de la planta.

El algoritmo del Sistema-L *Capsicum annum L.* se describe en un lenguaje natural como sigue:

Entrada:

- R: Conjunto de reglas, con restricciones y probabilidades asociadas.
- Axioma: Cadena de símbolos inicial.
- I: Número de iteraciones.

Salida:

- C: Cadena generada.
- 1. $C = \text{Axioma}$
- 2. Mientras $k = 0$ hasta I:
- 3. $C' = \text{Cadena vacía}$.
- 4. Para cada símbolo S de C:
- 5. $R' = \text{Reglas aplicables de R que tienen S como parte izquierda}$.
- 6. Elegir aleatoriamente una regla X de R' teniendo en cuenta las probabilidades asociadas.
- 7. $C' = C' + \text{Parte derecha de X}$
- 8. $C = C'$
- 9. Fin del ciclo
- 10. Devuelve C
- 11. Fin del programa

CONCLUSIONES

on one of its main possibilities: the structural modeling of plants and within it, L-Systems and the theory of fractal geometry for Modeling *Capsicum annuum* L. plant growth. The main methods for analyzing fractal properties were identified.

- A fractal analysis was performed to the *Capsicum annuum* L. plant using the Box Counting method, evidencing the presence of a linear relationship, which demonstrates fractal characteristics in the plant, being possible then to model it by the fractal geometry theory. On that information the model that describes the growth of the plant from an L-System with fractal characteristics was constructed
- The algorithm was designed in natural language that simulates the growth of the plant from the L-System *Capsicum annuum* L.
- The proposed model was validated using the Lparser program, which allowed visualizing the simulation of the *Capsicum annuum* L. plant at different stages of its growth.

- Se realizó un estudio del estado actual de la modelación del crecimiento y desarrollo de plantas, centrando la atención en una de sus principales corrientes: la modelación estructural de plantas y dentro de esta, los Sistemas-L y la teoría de la geometría fractal para la modelación del crecimiento de la planta *Capsicum annuum* L.; se identificaron los principales métodos para analizar propiedades fractales.
- Se realizó un análisis fractal a la planta *Capsicum annuum* L. mediante el método Conteo de Cajas, evidenciando la presencia de una relación lineal lo que demuestra características fractales en la planta, siendo posible entonces modelar la misma mediante la teoría de la geometría fractal; sobre esta información se construyó el modelo que describe el crecimiento de la planta a partir de un Sistema-L con características fractales.
- Se diseñó el algoritmo en lenguaje natural que simula el crecimiento de la planta a partir del Sistema-L *Capsicum annuum* L.
- Se validó el modelo propuesto mediante el programa Lparser, que permitió visualizar la simulación de la planta *Capsicum annuum* L. en diferentes etapas de su crecimiento.

REFERENCES / REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- VELASCO, A.; RODRÍGUEZ, J.; ORDÓÑEZ, E.G.; SIGNED, P.R.; CORREA, C.; FORERO, G.; MÉNDEZ, L.; BERNAL, H.; VALERO, L.; HOYOS, N.: "Introducción de la Geometría fractal en neurocirugía y sus posibles aplicaciones.", 22: 171-175, 2015, ISSN: 0123-4048
- BOUDA, M.; CAPLAN, J.S.; SAIERS, J.E.: "Box-Counting Dimension Revisited: Presenting an Efficient Method of Minimizing Quantization Error and an Assessment of the Self-Similarity of Structural Root Systems", *Frontiers in Plant Science*, 7, 2016, ISSN: 1664-462X, DOI: 10.3389/fpls.2016.00149, Disponible en: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4758026/>, [Consulta: 9 de febrero de 2016].
- CHÁVEZ, E.D.; SABÍN, R.Y.; TOLEDO, D.V.; JIMÉNEZ Á.Y.: "La Matemática: una herramienta aplicable a la Ingeniería Agrícola", *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 22(3): 81-84, 2013, ISSN: 2071-0054.
- DE REFFYE, P.; HOULLIER, F.: "Modelling plant growth and architecture: Some recent advances and applications to agronomy and forestry", *Current Science*, 73(11): 984-992, 1997, ISSN: 0011-3891.
- DEUSSEN, O.; LINTERMANN, B.: *Digital Design of Nature: Computer Generated Plants and Organics*, Ed. Springer Science & Business Media, 297 p., Google-Books-ID: j6LYkm6FuOIC, 2006, ISBN: 978-3-540-27104-8
- FERNANDEZ, Q.M.P.: "Estado del arte en modelación funcional-estructural de plantas", *Bosque (Valdivia)*, 26(2): 71-79, 2005, ISSN: 0717-9200.
- GAULIN, C. (ed.): *Proceedings of the 7th International Congress on Mathematical Education: Québec, 17-23 August 1992*, no. solc. QA11.A1 I453 992, Ed. Presses de l'Université Laval, Sainte-Foy [Québec], 495 p., 1994, ISBN: 978-2-7637-7362-9.
- GONZÁLEZ, V.A.; GUERRERO, C.: "Fractales: fundamentos y aplicaciones. Parte I: Concepción geométrica en la ciencia e ingeniería", 4(10): 53-59, 2001, ISSN: 1405-0676.
- LAHOZ-BELTRA, R.: *Bioinformática: Simulación, vida artificial e inteligencia artificial*, Ed. Ediciones Díaz de Santos, 610 p., Google-Books-ID: U4pwetEPmpQC, 2010, ISBN: 978-84-7978-181-1.
- LINDENMAYER, A.; PRUSINKIEWICZ, P.: *The Algorithmic Beauty of Plants*, Ed. Springer, [en línea], 1996, ISBN: 978-1-4613-8476-2, Disponible en: <http://www.springer.com/la/book/9780387946764>, [Consulta: 7 de febrero de 2016].
- MANDELROT, B.B.: *La geometría fractal de la naturaleza*, [en línea], Ed. Tusquets, 662 p., Google-Books-ID: PeCEGAAACAAJ, 1997, ISBN: 978-84-8310-549-8, Disponible en: <https://www.amazon.com/Geometria-Fractal-Naturaleza-Spanish/dp/8483105497>, [Consulta: 7 de febrero de 2016].
- MONTES, O.; BOJÓRQUEZ, H.; TORESANO, F.; DIÁNEZ, F.; CAMACHO, F.: "Evaluación agronómica de la aplicación de caféina en cultivo de pimiento bajo abrigo en el sureste de España", *Horticultura*, (60): 282-287, 2014, ISSN: 0102-0536.
- MORENO, E.; RUSSIÁN, T.; RUIZ, C.: "Uso de la poda para extender el ciclo productivo del cultivo de pimentón (*Capsicum annuum* L.)", *Revista Científica UDO Agrícola*, 12(3): 559-562, 2012, ISSN: 1317-9152.
- ORTÍZ M.U.; HINOJOSA R.M.: "Geometría de fractales y autoafinidad en ciencia de materiales", *Ingenierías*, 1(1): 15-21, 1998, ISSN: 1405-0676.
- PRUSINKIEWICZ, P.: "A look at the visual modeling of plants using L-systems", *Agronomie*, 19(3/4): 211-224, 1999, ISSN: 978-3-540-69524-0, DOI: 10.1007/BFb0033200.

Received: 30/04/2016.

Approved: 13/03/2017.

Yeniffer A. Veliz-Díaz, Profesora, Universidad Agraria de La Habana, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba. E-mail: yeniffer@unah.co.cu, Reynolds León-Guerra, E-mail: rleon@cenatav.co.cu

Note: the mention of commercial equipment marks, instruments or specific materials obeys identification purposes, there is not any promotional commitment related to them, neither for the authors nor for the editor.