

# Análisis de los modelos constitutivos empleados para simular la compactación del suelo mediante el método de elementos finitos

## *Analysis of constitutive models used to simulate soil compaction by mean of finite elements method*

Dr.C. Omar González-Cueto<sup>1</sup>, Dr.C. Miguel Herrera Suárez<sup>1</sup>, Dr.C. Ciro E. Iglesias Coronel<sup>11</sup>, Dr.C. Elvis López Bravo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad Central de Las Villas. Departamento Ing. Agrícola, Villa Clara, Cuba.

<sup>11</sup> Universidad Agraria de La Habana, Facultad de Ciencias Técnicas, Centro de Mecanización Agropecuaria, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba.

**RESUMEN.** En esta investigación se hizo una revisión de la bibliografía existente sobre los modelos constitutivos empleados para la simulación de la compactación del suelo por medio del método de elementos finitos. Se analizaron modelos elásticos no lineales como el hiperbólico y los modelos elastoplásticos de Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, cap de Drucker-Prager y el Cam-Clay modificado. Los resultados mostraron que estos son los modelos más utilizados debido a su sencillez; poca cantidad de parámetros constitutivos y a su obtención en laboratorios de mecánica de suelos. Además, se fundamentó que debido al breve período de carga del suelo, durante el tránsito de la rueda, es más simple y conveniente el empleo de formulaciones en términos de esfuerzos totales en lugar de esfuerzos efectivos y la realización de las operaciones de maquinaria agrícola a bajas velocidades, permite no incluir los efectos dinámicos, los cuales aportan al modelo una complejidad teórica y computacional adicional.

**Palabras clave:** esfuerzo-deformación; métodos numéricos; suelo agrícola

**ABSTRACT.** In this research a review of the existent bibliography was made on the constitutive models employees for the simulation of the soil compaction by means of the finite elements method. Non linear elastic models were analyzed as the hyperbolic and the elastoplastic models of Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, cap of Drucker-Prager and the modified Cam-Clay. The results showed that these are the models more used due to their simplicity; little quantity of constitutive parameters and to their obtaining in laboratories of soil mechanics. Also, it was based that due to the very short soil loading period during the wheel traffic, it is simpler and more convenient to use formulations in terms of total stresses instead of effective stresses, and the realization of the agricultural machinery operations to low speeds, allows not to include the dynamic effects, which contribute to the model a theoretical and computational additional complexity

**Keywords:** stress-strain; numerical methods; agricultural soil

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años, en Cuba, se han introducido modelos de elementos finitos para la simulación de problemas relacionados con el suelo agrícola, en específico la interacción suelo-herramienta de labranza y neumático-suelo (Herrera, 2006; González *et al.*, 2009; González, 2011). En los modelos de elementos finitos el comportamiento esfuerzo-deformación del material se obtiene mediante las leyes, ecuaciones o modelos constitutivos.

Materiales geológicos como el suelo son influenciados por factores adicionales, cuando se compraran con los metales u otros materiales, como las condiciones específicas que representan las características propias de cada tipo de suelo; cambio de volumen; trayectoria de esfuerzos; estado saturado o no saturado; deformaciones discontinuas que llevan a microfracturas; ablandamiento y endurecimiento; fractura y falla e inestabilidades microestructurales como la liquefacción (Desai, 2005). Estos elementos muestran la complejidad del comportamiento esfuerzo deformación del suelo.

La respuesta mecánica de los suelos agrícolas está sometida a cargas de corta duración debido a las herramientas de labranza y al tráfico de tractores y máquinas. La acción de cargas sobre un volumen de suelo provoca en este cambios en su forma y en las fuerzas internas que lo mantienen en equilibrio. Los modelos constitutivos caracterizan la respuesta mecánica del material, en este caso el suelo, ante fuerzas externas, la cual es descrita mediante las relaciones esfuerzo-deformación. La respuesta del suelo es sumamente compleja y depende, no solo de la acción de las fuerzas, sino también, del tiempo y los antecedentes de esfuerzos a que estuvo sometido el suelo antes del momento que se analiza.

Debido al incremento de las capacidades computacionales y a la bien conocida efectividad y buenos resultados de la modelación en elementos finitos se espera, en el futuro próximo, un creciente uso de estos métodos para resolver problemas de interacción suelo-herramienta de labranza y neumático-suelo. El objetivo de este trabajo es proveer una revisión de algunos de los modelos constitutivos más empleados para la simulación de la compactación del suelo agrícola, que permita encontrar en un solo documento los aspectos fundamentales de cada uno de ellos.

## REVISIÓN

### Modelos constitutivos

Wulfsohn y Adams (2002), refieren que para simular el comportamiento físico de un material es necesario tener modelos o relaciones entre esfuerzos y deformaciones que incorporen las propiedades del material en cuestión. Por otra parte, Desai (2005), considera que las leyes o modelos constitutivos representan una definición matemática para el comportamiento de un material basado en ensayos de laboratorio o de campo, que incluye factores significativos que afectan el comportamiento de este.

Los modelos constitutivos son expresiones matemáticas que expresan la relación esfuerzo deformación de un material. Todos los aspectos que influyen en la respuesta mecánica del suelo bajo condiciones determinadas de carga no es posible tenerlas en cuenta, por lo tanto se necesitan idealizaciones, tanto del material como de las condiciones de carga, para simplificar la expresión matemática. Estas idealizaciones incorporan las principales propiedades del material, excluyéndose los aspectos considerados de menor importancia (Wulfsohn y Adams, 2002). El modelo constitutivo debe aplicarse solo para las condiciones en las cuales estos fueron desarrollados o validados. Por ejemplo; el modelo elástico clásico se aplica para materiales homogéneos, isotrópicos y elástico lineales (Desai, 2005). Además, requieren una interpretación física a los modos en los cuales el material responde a los cambios en los esfuerzos aplicados o deformaciones. Por ejemplo, el suelo no debe ser modelado como elástico debido a que es posible que se produzcan deformaciones permanentes después de retirada la carga (Prevost y Popescu, 1996).

Los modelos constitutivos se pueden dividir en dos grupos, empíricos y analíticos. Los modelos empíricos se

desarrollan a partir de datos experimentales de un material bajo condiciones específicas de carga y luego estadísticamente, se determinan las ecuaciones que con mayor exactitud se ajustan a las observaciones. Los modelos analíticos aplican las leyes físicas para describir la respuesta esfuerzo-deformación del material. Estos modelos están basados en parámetros a escala microscópica o macroscópica. Los modelos microscópicos consideran cada partícula en una masa sólida como una entidad distinta y luego predicen la respuesta esfuerzo-deformación basado en la distribución de fuerzas interpartículas. Los modelos macroscópicos tratan la masa sólida como un medio continuo o interacción continua y describen las características esfuerzo-deformación del material como un todo (Tripodi *et al.*, 1992).

Los modelos constitutivos del suelo se pueden clasificar de acuerdo a criterios como (Shen y Kushwaha, 1988):

- Modelos lineales o no lineales; en dependencia de la linealidad de la ecuación.
- Modelos elásticos, plásticos y elastoplásticos; en dependencia de si se considera en el modelo solo deformación elástica, plástica o ambas.
- Modelos estáticos o dinámicos (reológicos); en dependencia de si el tiempo se tiene en cuenta en el modelo.

### Modelos elásticos no lineales

Un material se considera elástico si las fuerzas externas aplicadas provocan deformaciones que no exceden ciertos límites; y al retirar las cargas actuantes todas las deformaciones desaparecen, recuperando completamente su estado inicial; bajo el supuesto de que es homogéneo e isotrópico. Los suelos agrícolas bajo carga no se comportan elásticamente lineales (Figura 1), por lo que estos han sido representados por modelos elásticos no lineales, los cuales pueden tener forma bilineal, multilineal, hiperbólica u otras. La no linealidad implica que los parámetros elásticos no son constantes, sino que dependen del estado esfuerzo-deformación del suelo. El incipiente desarrollo del método de elementos finitos, de los modelos constitutivos y la escasa capacidad computacional disponible, durante los años 60 al 90 del siglo XX, provocaron que los primeros modelos de elementos finitos desarrollados para simular la compactación del suelo estuvieran basados en modelos elásticos no lineales.

En el modelo bilineal se aproxima la curva esfuerzo-deformación a dos líneas rectas (Perumpral *et al.*, 1971). Debido a que esta es una representación del comportamiento del suelo muy limitada, fue extendido con la introducción de los modelos multilineales. Para la solución de la no linealidad del suelo, debido a que las constantes elásticas (módulo de elasticidad -  $E$  y módulo cortante -  $G$ ) varían con el estado de esfuerzos, en los modelos elásticos no lineales se utilizó un procedimiento incremental donde  $E$  o  $G$  es calculado de forma iterativa. Para cada incremento de carga nuevos valores del esfuerzo ( $\sigma$ ) y deformación ( $\xi$ ) son calculados, luego  $E$  es actualizado como la pendiente de dos puntos sucesivos

$E = (\sigma_i - \sigma_{i-1}) / (\xi_i - \xi_{i-1})$ ; para  $3 \leq i \leq n$  (Shen y Kushwaha, 1988).

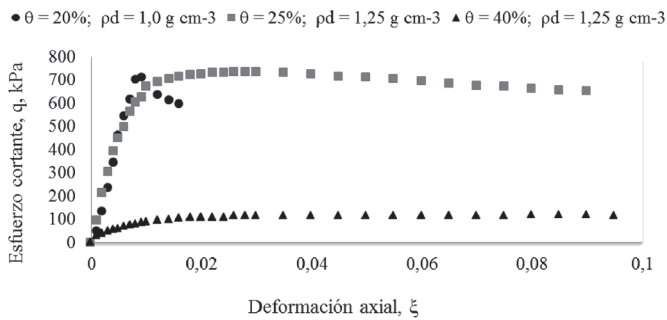


FIGURA 1. Relación esfuerzo deformación axial para un suelo Ferralítico rojo compactado, donde:  $\theta$  – humedad del suelo;  $\rho_d$  – densidad de volumen del suelo.

El modelo hiperbólico fue desarrollado en 1963 (Kondner y Zelasko, 1963). Este asume que las curvas esfuerzo-deformación pueden ser aproximadas por hipérbolas; representando con mayor exactitud la respuesta mecánica del suelo. Ha sido utilizado en la modelación de la interacción neumático-suelo con resultados satisfactorios (Pollock *et al.*, 1986; Chi *et al.*, 1993a; Liu, 1995). Liu (1995), refiere que el éxito del modelo se debe a su generalidad y a la conveniencia de la determinación de los parámetros constitutivos mediante ensayos triaxiales; sin embargo, presenta limitaciones en la precisión de las predicciones de la deformación volumétrica después que el suelo alcanza su máximo esfuerzo cortante (Chi y Kushwaha, 1988).

El modelo hiperbólico ha sido aplicado al estudio de la respuesta mecánica de suelos en las condiciones de Cuba, como es el caso de los Ferralítico rojo, Pardo Sialítico y Vertisol (Herrera *et al.*, 2010). Estos autores encontraron que el modelo hiperbólico predice la relación esfuerzo-deformación de estos suelos cuando presentan una falla plástica; sin embargo, cuando la falla es frágil las predicciones no poseen la exactitud requerida; además, determinaron que el carácter monótono creciente de la función hiperbólica imposibilita al modelo la predicción del estado de esfuerzos del suelo durante la deformación por ablandamiento, lo cual coincide con lo planteado por Chi y Kushwaha (1988).

Otro modelo elástico no lineal es el exponencial de Bailey *et al.* (1986), el cual predice la deformación volumétrica del suelo bajo compresión hidrostática; posteriormente fue mejorado por Bailey y Johnson (1989) para incluir el efecto del esfuerzo cortante. Este ha sido empleado con éxito para simular la

compactación del suelo (Bailey *et al.*, 1986; Bailey y Johnson, 1989; Raper y Erbach, 1990; Chi *et al.*, 1993b).

Las principales limitaciones de los modelos elásticos no lineales se refieren a que el estado de deformación es una función sólo del estado de esfuerzos en el instante considerado; no es posible predecir con precisión la respuesta del volumen del suelo bajo carga y descarga (excepto el modelo hiperbólico) y no deben ser empleados en altas cargas (Wulfsohn y Adams, 2002). Dentro de estos, el modelo más empleado ha sido el hiperbólico; Liu (1995), refiere que el éxito del modelo se debe a su generalidad y la conveniencia de la determinación de los parámetros incluidos, a través de ensayos triaxiales.

### Modelos elastoplásticos

La relación esfuerzo-deformación del suelo es compleja y altamente no lineal, su compresión o falla bajo la acción de los neumáticos agrícolas es elástica y plástica. La deformación es elástica cuando al retirar la carga aplicada el suelo recupera su estado inicial y plástica cuando la deformación es permanente o irreversible. Debido a esta característica del suelo es difícil describir su respuesta mecánica con modelos elásticos no lineales como los utilizados en los trabajos iniciales de modelación de la compactación del suelo (Perumpral *et al.*, 1971; Pollock *et al.*, 1986; Raper y Erbach, 1990).

El suelo se deforma considerablemente bajo carga, por lo cual, es necesaria una ley que tenga en cuenta esta cualidad. Los modelos plásticos pueden resolver la limitación de la deformación permanente del suelo bajo carga. La teoría de la plasticidad fue desarrollada originalmente para predecir la respuesta mecánica de metales sujetos a esfuerzos superiores a sus límites elásticos. A partir de estos se desarrollaron los modelos para calcular las deformaciones irreversibles en concreto, materiales geotécnicos y polímeros (Helwany, 2007).

La más simple forma del modelo plástico es el rígido perfectamente plástico (Figura 2a); sin embargo, supone que el suelo no se deforma hasta que el esfuerzo alcanza el punto de fluencia (no hay deformación elástica) y que posteriormente ocurre deformación plástica pura. Una aproximación más cercana a la respuesta mecánica del suelo se describe con el modelo elástico, perfectamente plástico (Figura 2b), ya que tiene en cuenta tanto la deformación elástica en bajas cargas como la deformación permanente.

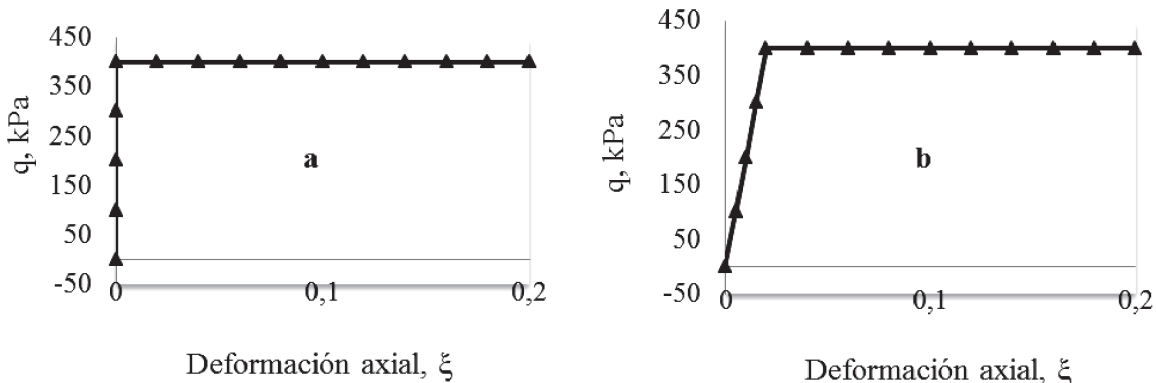


FIGURA 2. Modelos perfectamente plásticos. a – rígido perfectamente plástico; b – elástico perfectamente plástico.

En base criterios elastoplásticos se han fundamentado muchos de los modelos constitutivos empleados para representar la compactación del suelo (Kirby *et al.*, 1997; Gysi, 2001; Berli *et al.*, 2003; Biris *et al.*, 2009; González *et al.*, 2009; González, 2011). Estos modelos asumen al suelo como un material elástico lineal mientras está sometido a bajas cargas, y a partir del punto de fluencia lo representan mediante un comportamiento plástico.

Wulfsohn y Adams (2002) establecen cinco invariantes que son empleadas para describir la relación esfuerzo-deformación para un material elastoplástico sometido a condiciones generales de carga: comportamiento elástico que describe la deformación recuperable del suelo; existencia de una superficie de fluencia que define la frontera del dominio elástico, determinando cuándo ocurre deformación plástica; una ley de endurecimiento que establece la magnitud a la cual la superficie de fluencia se expande o contrae; una superficie de potencial plástico en el espacio de esfuerzos, que detalla el modo de deformación plástica en este punto, especificando la extensión relativa de la deformación plástica incremental cuando el material está fluyendo; y una regla de flujo que relaciona el incremento de deformación plástica al incremento de esfuerzos.

El primer criterio de falla utilizado para describir la respuesta mecánica del suelo fue el de Mohr-Coulomb, este considera que la falla del suelo se produce cuando  $\tau = c + \sigma_n \tan \phi$ ; donde:  $\tau$  – resistencia cortante;  $c$  – cohesión;  $\sigma_n$  – esfuerzo normal en el plano de falla;  $\phi$  – ángulo de fricción interna. Cuando este criterio de falla es utilizado como una superficie de fluencia junto con comportamiento elástico lineal en cálculos elastoplásticos este modelo se conoce como el modelo constitutivo de Mohr-Coulomb. La validez general de este criterio ha sido bien establecida para el suelo agrícola; además de su sencillez, el hecho de que para su aplicación solo sea necesario obtener la cohesión y el ángulo de fricción interna del suelo en estudio, mediante ensayos triaxiales o de corte directo, han hecho que sea uno de los modelos más conocidos y empleados. Herrera (2006), aplicó este modelo para predecir la respuesta mecánica del suelo Ferralítico rojo compactado a 20 y 40% de humedad, encontrando que el modelo de Mohr-Coulomb no predice con la exactitud requerida la respuesta mecánica del suelo Ferralítico rojo compactado en estado seco, aunque en estado húmedo mejoró la correlación de las predicciones. Este modelo ignora los efectos del esfuerzo principal intermedio, muestra predicciones conservadoras de la resistencia cortante del suelo y no es conveniente su uso en aplicaciones tridimensionales debido a la presencia de esquinas en la superficie de fluencia lo cual afecta la convergencia de los modelos (Wulfsohn y Adams, 2002).

El criterio de Drucker-Prager ha sido empleado con frecuencia en la modelación de problemas relacionados con la interacción neumático-suelo (Degirmencioglu *et al.*, 1997; Biris *et al.*, 2009; González *et al.*, 2009; Rashidi *et al.*, 2010; González, 2011). Es un criterio fundamentado en la teoría de la plasticidad para describir la falla del suelo y define una superficie de fluencia plástica en términos de los tres esfuerzos principales (Tripodi *et al.*, 1992). La superficie de fluencia se representa analíticamente mediante  $F = t - p \tan \beta - d$ , donde:  $F$  – superficie de fluencia;  $t$  – esfuerzo desviador;  $p$  – esfuerzo normal medio;  $\beta$  – ángulo de fricción del material en el plano

$q - p$ ;  $d$  – cohesión del material en el plano  $q - p$ . Para el caso de la respuesta a compresión triaxial está relacionada con el parámetro  $\phi$  del modelo de Mohr-Coulomb (plano de los esfuerzos principales máximos y mínimos o  $\tau - \sigma$ ) mediante la expresión  $\tan \beta = 6 \sin \theta / 3 - \sin \phi$  y  $d$  con la cohesión  $c$  a través de  $d = 18 \cos \phi / (3 - \sin \phi)$  (Figura 3).

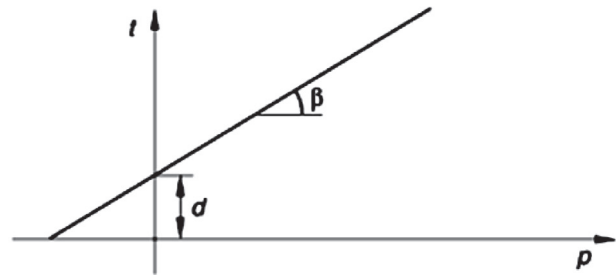


FIGURA 3. Superficie de fluencia de Drucker-Prager (Abaqus, 2008).

González (2011) simuló con este modelo la respuesta mecánica de un suelo Ferralítico rojo compactado a 20% de humedad y  $1,0 \text{ gcm}^{-3}$  de densidad de volumen y a 40% de humedad y  $1,25 \text{ gcm}^{-3}$  de densidad de volumen. Las Figura 4 y 5 muestran el buen ajuste de las predicciones a los resultados experimentales para ambos casos. Herrera (2006), en igual tipo de suelo y en condiciones similares encontró también que el modelo de Drucker-Prager hace una adecuada representación mecánica de este tipo de suelo.

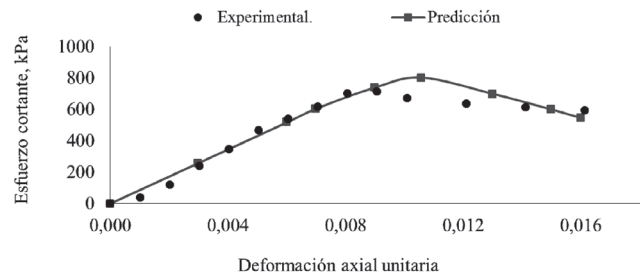


FIGURA 4. Ajuste entre resultados experimentales y simulación para un suelo Ferralítico rojo compactado a 20% de humedad y  $1,0 \text{ gcm}^{-3}$  de densidad de volumen.

Este modelo tiene como limitación la asunción de una regla de flujo asociada que implica una excesiva dilatación durante la falla del material (Grujicic *et al.*, 2009). Las ventajas del modelo son su simplicidad computacional y el hecho de que los parámetros necesarios puedan ser obtenidos a partir de ensayos triaxiales y a partir del modelo de Mohr-Coulomb.

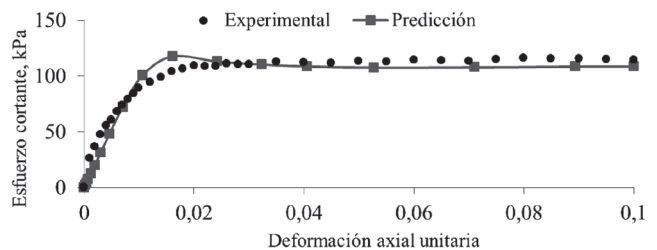


FIGURA 5. Ajuste entre resultados experimentales y simulación para un suelo Ferralítico rojo compactado a 40% de humedad y  $1,25 \text{ gcm}^{-3}$  de densidad de volumen.

El modelo de Drucker-Prager fue modificado posteriormente con la inclusión de una serie de superficies de fluencia que se mueven simétricamente, interceptando un cono de falla centrado en el eje de presión hidrostática, proporcionando una regla de flujo no asociada en la región de falla cortante. La serie de superficies de fluencia tienen una forma esférica que cierran el cono de Drucker-Prager, este modelo es conocido como modelo cap de Drucker-Prager o Drucker Prager Modificado y ha sido utilizado para resolver problemas de interacción neumático-suelo (Fervers, 2004). González (2011) validó la respuesta mecánica de este modelo en las condiciones y suelo mencionado anteriormente, encontrando que este hace una adecuada representación del comportamiento de este tipo de suelo.

La superficie cap sirve a dos propósitos principales: limitar la superficie de fluencia en compresión hidrostática, creando un mecanismo de endurecimiento inelástico para representar la compactación plástica y ayudar a controlar la dilatación cuando el material fluye en cortante, aportando una función de ablandamiento del incremento de volumen inelástico creado cuando el material fluye en la superficie de falla cortante y la superficie de transición (Han *et al.*, 2008).

Las modificaciones propuestas de una superficie de fluencia cerrada debido al endurecimiento llevó al desarrollo de otros modelos cap como el Cam Clay, el cual fue formulado para arcillas normalmente consolidadas o ligeramente sobreconsolidadas. Posteriormente fue modificado dando lugar al modelo Cam Clay Modificado (Roscoe y Burland, 1968). Estos modelos han sido utilizados con frecuencia para la modelación de la compactación del suelo (Kirby *et al.*, 1997; Gysi, 2001; Berli *et al.*, 2003); este tiene como limitación la utilización de ensayos de consolidación para la determinación de parámetros constitutivos y dificultades en la implementación computacional.

### Otros modelos constitutivos

Aunque en la modelación de la compactación del suelo y de la interacción neumático – suelo se han utilizado otros modelos constitutivos, además de los mencionados anteriormente, su utilización ha sido escasa debido a que, en algunos casos requieren de un complicado procedimiento computacional para su implementación; y otros modelos más modernos demandan gran número de parámetros constitutivos para ejecutar las simulaciones, los cuales en algunas ocasiones pueden ser compleja su determinación.

Los modelos constitutivos establecidos para suelos saturados han sido utilizados con éxito en la investigación de la respuesta mecánica de suelos no saturados, como es el caso de la mayoría de los suelos agrícolas (Degirmencioglu *et al.*, 1997; Kirby *et al.*, 1997; Fervers, 2004; Herrera, 2006; González *et al.*, 2009; González, 2011). La mayoría de ellos consideraron formulaciones en términos de esfuerzos totales en lugar de esfuerzos efectivos, la cual es más simple y conveniente para las condiciones de carga

muy complejas provocadas por los neumáticos y esteras (Berli, 2001). Wulfsohn y Adams (2002), consideran que dado el breve período de carga del suelo durante el tránsito de la rueda no se provocan cambios en la presión de poros, resultando adecuado asumir un enfoque a partir de los esfuerzos totales. Además, para el suelo agrícola el espacio poroso y el aire están unidos e interconectados con la atmósfera, bajo estas condiciones la presión de aire en los poros se hace cero, quedando reducidos el esfuerzo neto y la matriz de succión a la presión total y la presión de agua en los poros (Wulfsohn *et al.*, 1998).

Los modelos constitutivos dinámicos son aplicables al comportamiento dependiente del tiempo, donde las fuerzas de inercia tienen una alta incidencia (Abaqus, 2008). Sin embargo, aunque el efecto del tráfico de la maquinaria sobre el suelo depende de la velocidad de desplazamiento, el hecho de que las operaciones agrícolas se realicen a bajas velocidades hace posible evitar la inclusión del efecto dinámico. La modelación cuasi-estática de la interacción máquina-suelo es adecuada para el bajo intervalo de velocidades de las operaciones agrícolas, siendo ampliamente utilizada en este tipo de investigaciones (Rosa y Wulfsohn, 1999). Los modelos constitutivos dinámicos han tenido menor utilización en la simulación de la compactación del suelo debido a la complejidad adicional que aportan desde el punto de vista teórico y computacional.

### CONCLUSIONES

- De la revisión realizada a los modelos constitutivos más empleados para la simulación de la compactación del suelo agrícola, se concluye que el modelo hiperbólico es el modelo elástico no lineal que mayor uso ha tenido. Entre los modelos elastoplásticos los modelos de Drucker Prager y los Cam Clay han sido los más utilizados.
- La mayor utilización de estos modelos constitutivos se debe a su sencillez; a la poca cantidad de parámetros necesarios para su implementación y a que estos se obtienen con ensayos de mecánica de suelos disponibles en la mayoría de los laboratorios dedicados a este tipo de investigaciones. Estos elementos hacen que hayan sido incluidos en la mayoría de los softwares de elementos finitos, tanto de propósito general como especializados.
- El empleo de formulaciones en términos de esfuerzos totales en lugar de esfuerzos efectivos es
- más simple y conveniente para las condiciones de carga muy complejas provocadas por los neumáticos y debido al breve período de carga del suelo durante el tránsito de la rueda.
- La realización de las operaciones de maquinaria agrícola a bajas velocidades permite no incluir los efectos dinámicos, los cuales aportan al modelo una complejidad teórica y computacional adicional.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ABAQUS: *Abaqus analysis user's manual.*, Ed. Hibbitt, Karlsson, and Sorensen, Inc, Pawtucket, Rhode Island, 2008.
2. BAILEY, A. C. & C. E. JOHNSON: "A soil compaction model for cylindrical stress states", *Trans. Am. Soc. Agric. Eng.*, 32: 822-825, 1989.
3. BAILEY, A. C.; C. E. JOHNSON & R. L. SCHAFFER: "A model for agricultural soil compaction", *J. Agric. Engng. Res.*, 33: 257-262, 1986.

4. BERLI, M.: *Compaction of agricultural subsoils by tracked heavy construction machinery*, Ph. D. Tesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zürich, Switzerland, 2001.
5. BERLI, M.; J. M. KIRBY; S. M. SPRINGMAN & R. SCHULIN: "Modelling compaction of a gricultural subsoils by tracked heavy construction machinery under various moisture conditions in Switzerland", *Soil Till. Res.*, 73: 57-66, 2003.
6. BIRIS, S. S.; V. VLADUT; N. UNGUREANU; G. PARASCHIV & G. VOICU: "Development and experimental testing of a FEM model for the stress distribution analysis in agricultural soil due to artificial compaction", *Agriculturae Conspectus Scientificus.*, 74(1): 21-29, 2009.
7. CHI, L. y R. L. KUSHWAHA: Study of mechanical properties of agricultural soil for non-linear F.E. model. En: **Annual International Meeting**. ASAE, 1988.
8. CHI, L.; S. TESSIER & C. LAGUÉ: "Finite element modeling of soil compaction by liquid manure spreaders", *Trans. Am. Soc. Agric. Eng.*, 36(3): 637-644, 1993a.
9. CHI, L.; S. TESSIER; E. MCKYES & C. LAGUÉ: "Modeling mechanical behavior of agricultural soils.", *Trans. Am. Soc. Agric. Eng.*, 36: 1563-1570, 1993b.
10. DEGIRMENCIOGLU, A.; A. K. SRIVASTAVA; L. J. SEGERLIND; R. H. WILKINSON & T. H. WOLFF: A methodology based study on soil-tire interface pressures using finite element method. En: **ASAE Annual International Meeting**, Minneapolis, Minnesota. 1997.
11. DESAI, C. S.: "Constitutive Modeling for Geologic Materials: Significance and Directions", *Intern. J. of Geomech.*, June: 81-84, 2005.
12. FERVERS, C. W.: "Improved FEM simulation model for tire-soil interaction", *J. Terramech.*, 41: 87-100, 2004.
13. GONZÁLEZ, O.: *Modelación de la compactación provocada por el tráfico de neumáticos, de los vehículos agrícolas, en suelos en condiciones de laboratorio*, Ph. D. Tesis, Universidad Agraria de la Habana, San José de las Lajas, Cuba, 2011.
14. GONZÁLEZ, O.; M. HERRERA-SUÁREZ; C. E. IGLESIAS-CORONEL; E. LÓPEZ-BRAVO y A. SÁNCHEZ-IZNAGA: Modelación de la compactación del suelo mediante el método de elementos finitos, aplicación a la selección de neumáticos. En: **IV Conferencia AGROCENTRO**, Santa Clara. 2009.
15. GYSI, M.: "Compaction of a Eutric Cambisol under heavy wheel traffic in Switzerland: Field data and a critical state soil mechanics model approach.", *Soil Till. Res.*, 61: 133-142, 2001.
16. HAN, L. H.; J. A. ELLIOTT; A. C. BENTHAM; A. MILLS; G. E. AMIDON & B. C. HANCOCK: "A modified Drucker-Prager Cap model for die compaction simulation of pharmaceutical powders", *International Journal of Solids and Structures*, 45: 3088-3106, 2008.
17. HELWANY, S.: *Applied soil mechanics with Abaqus applications*, Ed. John Wiley & Sons, Inc, 2007.
18. HERRERA, M.: *Simulación del comportamiento mecánico de los suelos Ferralíticos rojos mediante el Método de Elementos Finitos* Ph. D. Tesis, Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas, Santa Clara, Cuba, 2006.
19. HERRERA, M.; O. GONZÁLEZ; C. E. IGLESIAS; A. A. DE LA ROSA y R. MADRUGA: "Estudio de la exactitud del modelo hiperbólico de Duncan y Chan en la predicción de la relación esfuerzo deformación de tres suelos arcillosos cubanos", *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 19(4): 24-29, 2010.
20. KIRBY, J. M.; B. J. BLUNDEN & C. R. TREIN: "Simulating soil deformation using a critical state model: II. Soil compaction beneath tyres and tracks", *Eur. J. of Soil Sci.*, 48: 59-70, 1997.
21. KONDNER, R. L. & J. S. ZELASKO: "A hyperbolic stress-strain response: cohesive soils", *J. Soil Mechanics and Found Div. ASCE*, 89(SM1): 115-143, 1963.
22. LIU, J.: "Investigation of the stress-strain relationship of sand", *J. of Terramech.*, 32(5): 221-230, 1995.
23. PERUMPRAL, J. V.; J. B. LILJEDAHL & W. H. PERLOFF: "A numerical method for predicting the stress distribution and soil deformation under a tractor wheel.", *J. of Terramech.*, 8: 9-22, 1971.
24. POLLOCK, D.; J. V. PERUMPRAL & T. KUPPUSAMY: "Finite element analysis of multipass effects of vehicle on soil compaction", *Trans. Am. Soc. Agric. Eng.*, 29(1): 45-50, 1986.
25. PREVOST, J. H. & R. POPESCU: "Constitutive Relations for Soil Materials", *Electronic J. of Geotechnical Engng.*, Paper 1996-09: 1996.
26. RAPER, R. L. & D. C. ERBACH: "Prediction of soil stress using the finite element method", *Trans. Am. Soc. Agric. Eng.*, 33(3): 725-730, 1990.
27. RASHIDI, M.; M. GHOLAMI; I. RANJBAR & S. ABBASSI: "Finite Element Modeling of Soil Sinkage by Multiple Loadings", *American-Eurasian J. Agric. & Environ. Sci.*, 8(3): 292-300, 2010.
28. ROSA, U. A. & D. WULFSOHN: "Constitutive model for high speed tillage using narrow tools", *J. of Terramech.*, 36: 221-234, 1999.
29. ROSCOE, K. H. & J. B. BURLAND: "Engineering Plasticity", *On the generalized stress-strain behaviour of "wet" clay*, pp 535-609, Ed. Heyman, J. y F. A. L.: Cambridge University Press, 1968.
30. SHEN, J. & R. L. KUSHWAHA: *Soil-machine interactions. A finite element perspective*, Ed. Marcel Dekker Inc, New York, 1988.
31. TRIPODI, M. A.; V. M. PURI; H. B. MANBECK & G. L. MESSING: "Constitutive Models for Cohesive Particulate Materials", *J. Agric. Engng. Res.*, 53: 1-21, 1992.
32. WULFSOHN, D. & B. A. ADAMS: "Advances in Soil Dynamics Volume 2", *Elastoplastic soil mechanics*, pp 1-116, St. Joseph, Mich.: ASAE, 2002.
33. WULFSOHN, D.; B. A. ADAMS & D. G. FREDLUND: "Triaxial Testing of Unsaturated Agricultural Soils", *J. Agric. Engng. Res.*, 69: 317-330, 1998.

**Recibido:** 22 de septiembre 2012.

**Aprobado:** 14 de junio de 2013.

Omar González Cueto, Universidad Central de Las Villas, Dpto. Ing. Agrícola, Villa Clara, Cuba, CP 54830, Correo electrónico; [omar@uclv.edu.cu](mailto:omar@uclv.edu.cu)