



Mitigation of Dynamic Stresses of a Ball Mill Using Coatings

Mitigación de esfuerzos dinámicos de un molino de bolas utilizando recubrimientos de goma

Dr. Arturo Ocampo-Ramírez^{1*}, Dra. Dayvis Fernández-Valdés^{II}, MSc. María Victoria Gómez-Águila^{III}, Dra. Minelkis Machado-Molina^{IV}, Ing. María del Carmen Sigler-Muñoz^{IV}, Dr. Ernesto Ramos-Carbajal^V

¹Unidad de Simulación e Ingeniería Mecánica Estructural–GrupoSSC, Ciudad de México, México.

^{II}SEPI-ESIME Instituto Politécnico Nacional. Ciudad de México, México.

^{III}Universidad Autónoma Chapingo, Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola, Texcoco, México.

^{IV}Universidad Agraria de La Habana, Facultad de Ciencias Técnicas, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba.

^VEscuela de Estudios Agropecuarios Mezcalapa, Universidad Autónoma de Chiapas (UNACH), México.

ABSTRACT. Ball mills are widely used in mining, agriculture, and cement industries. There is little information on the design of such equipment from a structural point of view. Some of the main causes of failure are fractures of its walls, due to the impact of steel balls on its internal surfaces. Normally, they are attenuated through the use of wet milling, which acts as a shock absorber and a casing that protects the internal surfaces of the mill. However, it should be noted that this casing is not used in small mills. To avoid failure, the thickness of the mill is over-designed, increasing its cost. The design of small mills improves when considering the direct impact of the steel balls on the inner wall. This leads to the most critical condition of operation. In this work, the resulting stress field was evaluated following a couple of approaches: (I) the dynamic coefficient of impact loads was evaluated with the working energy principle and (II) a numerical analysis was performed with the Finite elements. The operating parameters were calculated with the BM-Crush program. The results showed that the cyclic stresses were close to the elastic limit. It was proposed to implement a rubber coating on the internal walls of the mill, and the stress field was reduced 8.3 times, for a thickness of the rubber of 3 mm. In this way, a potential fatigue failure is reduced.

Keywords: Internal Wall, Load Impact, Direct Impact, Finite Elements.

RESUMEN. Los molinos de bolas son ampliamente utilizados en las industrias de minería, agricultura y cemento. Existe poca información sobre el diseño de dichos equipos desde el punto de vista estructural. Algunas de las principales causas de falla son las fracturas de sus paredes, debido al impacto de las bolas de acero en sus superficies internas. Normalmente, se atenúan mediante el uso de la molienda húmeda, que actúa como una absorción de choque y una carcasa que protege las superficies internas del molino. Sin embargo, hay que tener en cuenta que esa carcasa no se utiliza en pequeños molinos. Para evitar una falla, el grosor del molino está sobre diseñado, incrementándose su costo. El diseño de pequeños molinos mejora cuando se considera el impacto directo de las bolas de acero sobre la pared interna. Esto lleva a la condición más crítica de operación. En este trabajo, el campo de esfuerzos resultante se evaluó siguiendo un par de enfoques: (I) el coeficiente dinámico de las cargas de impacto se evaluó con el principio de trabajo - energía y (II) se realizó un análisis numérico con el Método de Elementos Finitos. Los parámetros de operación se calcularon con el programa BM-Crush. Los resultados mostraron que los esfuerzos cíclicos estaban cerca del límite elástico. Se propuso implementar un revestimiento de goma en las paredes internas del molino, y el campo de tensión se redujo 8,3 veces, para un grosor del caucho de 3 mm. De este modo, se reduce una posible falla por fatiga.

Palabras clave: pared interna, carga de impacto, impacto directo, Elementos Finitos.

¹Author for correspondence: Arturo Ocampo-RamírezI, e-mail: arturo.ocampo@gruposscc.com

Received: 12/12/2019.

Approved: 25/09/2020.

INTRODUCTION

Designing a machine capable of performing its task efficiently, reducing the use of energy, sizing it appropriately and considerably reducing the dynamic stress resulting from the impact to avoid fatigue failures, represents an important challenge (Ocampo *et al.*, 2015). The structural integrity of a mill can rapidly degrade due to the action of constant impact on the mill walls (Osorio *et al.*, 2014; Solórzano *et al.*, 2014).

Due to the little information in the literature on the design of these equipments from the structural point of view, the study of dynamic phenomena is of great importance, which has not been reported for ball mills. This allows equipment to be designed beyond static conditions Ocampo *et al.* (2016), optimizing manufacturing and operating costs, allowing to extend the useful life of each of the mechanical components.

The impacts on a structure generate dynamic stresses that can be of high intensity and short duration. These can be defined as events in which a rapid transfer of energy takes place. The impact between two bodies begins when the relative distance between them approaches zero, so that an impact force opposes the penetration between each body (Wang & Mason, 1992; Gilardi & Sharf, 2002). Ball mills transform large particles into smaller particles through the action of impact, which leads to the weakening of the internal walls and failure due to fracture in many cases.

Regarding the transient stress analysis programs, they are based on the Finite Element Method and are time dependent. They solve the problems in an explicit process. Besides, during the period, in which the impact takes place, contact between surfaces, large deformation and multiple nonlinearities occur. Therefore, the total solution is calculated through small intervals of time. If large time steps are used, the calculation will be expedited, but the end result will be less accurate. On the other hand, if small steps are used, the computation time will be increased, but the end results will be very accurate.

Based on the foregoing, the objective of this work is to study the effect of dynamic stress on the internal walls of the ball mill under critical impact conditions and propose a rubber coating to mitigate stress allowing a longer life of the equipment.

MATERIALS AND METHODS

The impact can be divided in two phases: the compression and the expansion. The first one begins when the relative distance between the bodies is equal to zero and the relative velocity between them is greater. This phase ends when the relative velocity between the bodies is zero, leading to the expansion phase, which ends when the impact force is zero. The resultant force of the impact occurs over the contact surfaces of the bodies, resulting in a certain distribution of stresses, which depend on the geometry of the contact surfaces according to the Hertz theory Hertz, (1882); Goldsmith (1960); Gilardi y Sharf (2002).

Velocity is the simplest parameter to classify the different types of impacts.

1. Subsonic ($v < 50$ m/s). Elastic and plastic deformations takes place.

INTRODUCCIÓN

Diseñar una máquina capaz de realizar su tarea eficientemente, reduciendo el uso de la energía, dimensionarla adecuadamente y disminuir considerablemente los esfuerzos dinámicos producto del impacto para evitar fallas por fatiga, representa un reto importante (Ocampo *et al.*, 2015). La integridad estructural de un molino puede degradarse rápidamente debido a la acción del impacto constante sobre las paredes del molino (Osorio *et al.*, 2014; Solórzano *et al.*, 2014).

Debido a la poca información en la literatura sobre el diseño de estos equipos desde el punto de vista estructural, resulta de gran importancia el estudio de los fenómenos dinámicos, lo cual no ha sido reportado para molinos de bolas. Esto permite diseñar equipos más allá de las condiciones estáticas Ocampo *et al.* (2016), optimizando la fabricación y los costos de operación, permitiendo alargar la vida útil de cada uno de los componentes mecánicos.

Los impactos en una estructura generan esfuerzos dinámicos que pueden llegar a ser de alta intensidad y corta duración. Éstos, pueden definirse como eventos en los que tiene lugar una rápida transferencia de energía. El impacto entre dos cuerpos comienza cuando la distancia relativa entre ellos se aproxima a cero, de modo que una fuerza de impacto se opone a la penetración entre cada cuerpo (Wang & Mason, 1992; Gilardi & Sharf, 2002). Los molinos de bolas transforman partículas grandes en partículas más pequeñas mediante la acción del impacto, lo cual conlleva al debilitamiento de las paredes internas y la falla por fractura en muchos de los casos.

Los programas de análisis de esfuerzos transitorios se fundamentan en el Método de Elementos Finitos y dependen del tiempo. Resuelven los problemas en un proceso explícito. Además, durante el período, en el que tiene lugar el impacto, se produce contacto entre superficies, generando gran deformación y múltiples no linealidades. Por lo tanto, la solución total se calcula a través de pequeños intervalos de tiempo. Si se utilizan pasos de tiempo grandes, el cálculo se acelerará, pero el resultado final será menos preciso. Por otro lado, si se utilizan pequeños pasos, el tiempo de cálculo se incrementará, pero los resultados finales serán muy precisos.

Con base en lo anteriormente planteado, el objetivo de este trabajo consiste en estudiar el efecto de los esfuerzos dinámicos en las paredes internas del molino de bolas ante condiciones críticas de impactos y proponer un recubrimiento de caucho para mitigar los esfuerzos permitiendo una vida más larga del equipo.

MATERIALES Y MÉTODOS

El impacto se puede dividir en dos fases: la compresión y la expansión. El primero comienza cuando la distancia relativa entre los cuerpos es igual a cero y la velocidad relativa entre ellos es mayor. Esta fase finaliza cuando la velocidad relativa entre los cuerpos es cero, llevando a la fase de expansión, que finaliza cuando la fuerza de impacto es cero. La fuerza resultante del impacto se produce sobre las superficies de contacto de los cuerpos, dando como resultado una cierta distribución de esfuerzos, que dependen de la geometría de las superficies de contacto según lo establecido en la teoría de Hertz, (1882); Goldsmith (1960); Gilardi y Sharf (2002).

La velocidad es el parámetro más simple para clasificar los diferentes tipos de impactos.

1. Subsónico ($v < 50$ m/s). Se producen deformaciones elásticas y plásticas.

2. Transonic (50 m/s <math><v < 500 \text{ m/s}</math>) There is generalized plastic deformation.
3. Supersonic (500 m/s <math><v < 2000 \text{ m/s}</math>) There is viscous resistance of the material.
4. Hipersonic (2000 m/s <math><v < 2000 \text{ m/s}</math>) The material is considered as a hydrodynamic fluid.

In the case of this paper, a subsonic problem was considered, following the approach of Meoa *et al.* (2003); Kubair (2004); Flores *et al.* (2014). The analytic solution was based on principle of work-energy (Figure 1).

In this paper, a dynamic structural analysis was performed (Table 1), in which the impacts were considered to occur in the interior of a ball mill. In addition, a coating on the interior walls of the mill was considered, allowing a significant reduction of the impact stresses and enables a longer life of the equipment.

2. Transónico (50 m/s <math><v < 500 \text{ m/s}</math>) Existe una deformación plástica generalizada.
3. Supersónico (500 m/s <math><v < 2000 \text{ m/s}</math>) Hay resistencia viscosa del material.
4. Hipersónico (2000 m/s <math><v < 2000 \text{ m/s}</math>) El material se considera como un fluido hidrodinámico.

En este trabajo, se consideró un problema subsónico, siguiendo el planteamiento de Meoa *et al.* (2003); Kubair (2004); Flores *et al.* (2014). La solución analítica se basó en el principio de la energía del trabajo (Figura 1).

En este trabajo se realizó un análisis dinámico estructural (Tabla 1), en el que se consideró que los impactos se producían en el interior de un molino de bolas. Además, se consideró un revestimiento en las paredes interiores del molino, permitiendo una reducción significativa de las tensiones de impacto y una mayor vida útil del equipo.

TABLE 1. Dynamic analysis with the Finite Element Method
TABLA 1. Análisis dinámico usando el Método del Elemento Finito

Solutions	Explicit
Loading Conditions	Dynamic
Geometrical and Mechanical Characteristics	Nonlinear (material, geometry, time and combination)
Process time	Forces applied for short periods of time
Time and computational resources	Relatively long Relatively expensive
Resolution	Multiple iterations Total time divided Δt very small process

Method of Bond

This method was used in the determination of the mill size in the BM-Crush program. The mill diameter was obtained with equation 1. The length depends on the ratio (Length/Diameter, L/D) that was assumed from the beginning of the calculations. K_B is a constant which is equal to 4.456×10^{-5} for dry milling Φ_c . It is the critical velocity.

$$D = \left[\frac{0.94 * P_a}{K_B(J)^{0.461} (\phi_c)^{1.505} \left(\frac{L}{D}\right)} \right]^{3.5} \tag{1}$$

The mechanical power P_a was obtained with equation 2, given by Bond, where; (d_{80} and D_{80}) are the particle size at the beginning and at the end of the mill process, respectively. They are expressed in meters. C is the capacity of the mill in tons/hour (Duda, 2003).

$$P_a = 10w_i \frac{1}{0.907} \left[\frac{1}{d_{80}} - \frac{1}{D_{80}} \right] * C \tag{2}$$

The Bond index (w_{iD}) must be adjusted by means of (w_i) for other operating conditions using equation 3, where K_j depends on diverse factors that can be obtained from tables and other numerical procedures (Duda, 2003; Wills, 2006; Neikov *et al.*, 2009).

$$w_i = K_j w_{iD} \tag{3}$$

Método de Bond

Este método se usó para determinar el tamaño del molino en el programa BM-Crush. El diámetro del molino se obtuvo con la ecuación 1. La longitud depende de la relación (Longitud/Diámetro, L/D) que se supuso desde el comienzo de los cálculos. K_B es una constante que es igual a 4.456×10^{-5} para la molienda en seco y Φ_c es la velocidad crítica.

$$D = \left[\frac{0.94 * P_a}{K_B(J)^{0.461} (\phi_c)^{1.505} \left(\frac{L}{D}\right)} \right]^{3.5} \tag{1}$$

La potencia mecánica P_a puede obtenerse por la ecuación 2, donde; (D_{80} y d_{80}) representan el tamaño de partícula al principio y al final del proceso de molienda, respectivamente. Se expresan en metros. C es la capacidad del molino en toneladas/hora (Duda, 2003).

$$P_a = 10w_i \frac{1}{0.907} \left[\frac{1}{d_{80}} - \frac{1}{D_{80}} \right] * C \tag{2}$$

El índice de Bond (w_{iD}) debe ser ajustado por (w_i) para otras condiciones de operación usando la ecuación 3, donde K_j depende de diferentes factores que se pueden obtener de tablas y otros procedimientos numéricos (Duda, 2003; Wills, 2006; Neikov *et al.*, 2009).

$$w_i = K_j w_{iD} \tag{3}$$

w_{iD} depends on the diameter of the ball mill and it is corrected with equation 4.

$$W_{iD} = \begin{cases} \left[\frac{2.44}{D} \right]^{0.2} & D \leq 3.81m \\ 0.914 & D > 3.81m \end{cases} \quad (4)$$

Finally, the maximum size of the balls was determined by the following expression developed by Bond (equation 5) (Wills, 2006).

$$d_{B1} = 25.4 \left[\left(\frac{D_{80}}{cbm} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho_s w_i}{100 \varphi_c (3.281D)^2} \right)^{1/3} \right] [mm] \quad (5)$$

where:

ρ_s = density of the material to be milled in gr/cm³

cbm = constant ball mill = 350

The initial operating conditions (Table 2) for sizing mill (length, diameter, velocity, mechanical power, size, distribution of steel balls and dry milling) were obtained used the flowchart that shown in the Figures 2 and 3.

W_{iD} . Depende de las dimensiones del diámetro del molino de bolas y es corregido por la ecuación 4.

$$W_{iD} = \begin{cases} \left[\frac{2.44}{D} \right]^{0.2} & D \leq 3.81m \\ 0.914 & D > 3.81m \end{cases} \quad (4)$$

Finalmente, el tamaño máximo de las bolas fue determinado por la siguiente expresión desarrollada por Bond (ecuación 5) (Wills, 2006).

$$d_{B1} = 25.4 \left[\left(\frac{D_{80}}{cbm} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho_s w_i}{100 \varphi_c (3.281D)^2} \right)^{1/3} \right] [mm] \quad (5)$$

donde:

ρ_s = densidad del material a moler en gr/cm³

c_{bm} = constante del molino de bolas = 350

Las condiciones de funcionamiento iniciales (Tabla 2) para el molino (longitud, diámetro, velocidad, potencia mecánica y tamaño del molino y de bolas de acero) fueron obtenidos utilizando el diagrama de flujo que se muestra en las Figuras 2 y 3.

TABLE 2. Operating Conditions of the ball mill
TABLA 2. Condiciones de operación del molino de bolas

Required production	50-100	kg/h
Bond index	16-20	kWh/ton
Density of the material to be milled	2500	kg/m ³
Input ratio	99-127	-----
Electromechanical efficiency	90-94	%

Impact forces

The analytical study of the impact forces considered in this paper was based on principle of work-energy. In Figure 1, the mass m falls from its initial position until the spring is deformed to a certain length δ_m , reaching into a momentary stop. Subsequently, the potential energy of spring is released taking as a baseline the lowest position of mass m , the equation of the energy balance is:

$$P(h + \delta_m) = \frac{1}{2} k_r \delta_m^2 \quad (6)$$

where, k_r is the spring stiffness, g is equal to 9.81 m/s², P is the weight of the body and h is the height of fall of the body.

$$\frac{1}{2} k_r \delta_m^2 - P \delta_m - Ph = 0 \quad (7)$$

Solving this quadratic equation and taking only the positive root:

$$\delta_m = \frac{P}{k_r} + \sqrt{\left(\frac{P}{k_r} \right)^2 + 2h \frac{P}{k_r}} \quad (8)$$

The term P/k_r is the spring deflection under static load which can be replaced by the static deformation δ_{st} , leaving the following equation.

Fuerzas de impacto

El estudio analítico de las fuerzas de impacto consideradas en este trabajo se fundamentó en el principio de trabajo-energía. En la Figura 1, la masa m cae desde su posición inicial hasta que el muelle se deforma a una cierta longitud δ_m , alcanzando un tope momentáneo. Posteriormente, se libera la energía potencial del resorte, tomando como base la posición más baja de la masa m , la ecuación del balance energético en estas condiciones es:

$$P(h + \delta_m) = \frac{1}{2} k_r \delta_m^2 \quad (6)$$

dónde; K_r es la rigidez del resorte, g es igual a 9.81 m/s², P es el peso del cuerpo y h es la altura de caída del cuerpo.

$$\frac{1}{2} k_r \delta_m^2 - P \delta_m - Ph = 0 \quad (7)$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática y tomando sólo la raíz positiva:

$$\delta_m = \frac{P}{k_r} + \sqrt{\left(\frac{P}{k_r} \right)^2 + 2h \frac{P}{k_r}} \quad (8)$$

El término P/k_r es la deflexión del muelle bajo carga estática que puede ser reemplazada por la deformación estática δ_{st} , dejando la siguiente ecuación:

$$\delta_m = \delta_{st} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \right] \quad (9)$$

$$\delta_m = \delta_{st} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \right] \quad (9)$$

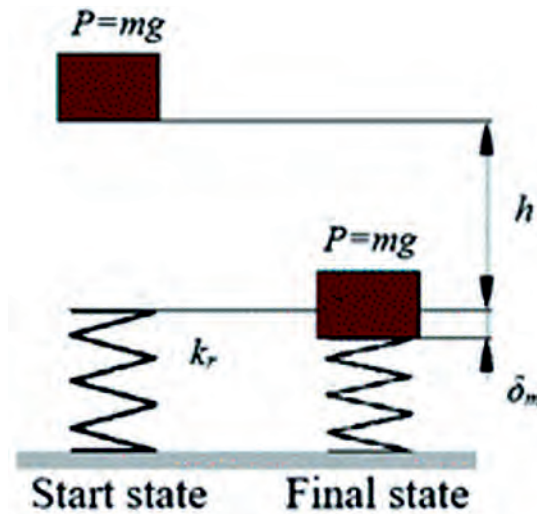


FIGURE 1. Balance of energy in accordance with the principle of “Work – Energy”.
 FIGURA 1. Equilibrio de energía de acuerdo con el principio de “Trabajo-Energía”.

Finally, the dynamic load coefficient (equation 10) is obtained by making $\delta_{st} = 1$. It is valid in the elastic range. In this case, it was necessary to represent the dynamic load coefficient in function of the velocity of the ball (equation 11). These equations are like those presented by Budynas & Nisbett (2015).

$$Kd_i = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \quad (10)$$

$$Kd_i = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_{fi}^2}{g\delta_{st}}} \quad (11)$$

The velocity of the impact (V_{fi}) is obtained by the following equation:

$$V_{fi}^2 = V_{ii}^2 + 2gh \quad (12)$$

with;

$$V_{ii} = \sqrt{\frac{\text{sen}(\varphi)}{kr}}, \quad (13)$$

$$\text{sen}(\varphi) = kN^2r \quad (14)$$

$$k = \frac{4\pi^2}{g60^2} \quad (15)$$

where, N^2 is 43.89 rpm, this represents the camber angle and, finally, r is the radius of the mill. In this case, it is 0.297 m.

Finalmente, el coeficiente de carga dinámica (ecuación 10) se obtiene haciendo $\delta_{st}=1$. Este planteamiento únicamente es válido en el rango elástico. En este caso, fue necesario representar el coeficiente de carga dinámica en función de la velocidad de la bola (ecuación 11). Estas ecuaciones son similares a las presentadas por Budynas & Nisbett (2015).

$$Kd_i = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \quad (10)$$

$$Kd_i = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_{fi}^2}{g\delta_{st}}} \quad (11)$$

La velocidad del impacto (V_{fi}) se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$V_{fi}^2 = V_{ii}^2 + 2gh \quad (12)$$

con;

$$V_{ii} = \sqrt{\frac{\text{sen}(\varphi)}{kr}}, \quad (13)$$

$$\text{sen}(\varphi) = kN^2r \quad (14)$$

$$k = \frac{4\pi^2}{g60^2} \quad (15)$$

Donde N^2 es 43.89 rpm, $\text{sen}(\varphi)$, representa el ángulo de curvatura y finalmente r , es el radio del molino igual a 0.297 m.

Characterization of the models used in the analysis

The maximum deflection due to static conditions must be calculated in order to determine the dynamic impact factor. For the determination of the design parameters, the BM-Crush program was initially developed by Ocampo *et al.* (2015, 2016). It is based on the equations developed Bond (1960); Wang *et al.* (2014). Its purpose is to calculate the dimensions of the mill, the rotational speed, the number and size of balls and their thickness. These parameters were the initial conditions in the numerical analysis using the Finite Element Method. The flowchart of the code is illustrated in Figure 2. A subroutine that estimates the magnitude of the impact has been added in this paper (Figure 3).

Caracterización de los modelos empleados en el análisis

La deformación máxima debida a condiciones estáticas debe conocerse para determinar el factor de impacto dinámico. Para la determinación de los parámetros de diseño, se utilizó el programa BM-Crush el cual fue desarrollado inicialmente por Ocampo *et al.* (2015, 2016). Éste se fundamenta en las ecuaciones desarrolladas por Bond (1960); Wang *et al.* (2014). Su propósito es calcular las dimensiones del molino, su espesor, la velocidad de rotación y el número y tamaño de las bolas. Estos parámetros fueron las condiciones iniciales en el análisis numérico usando el Método del Elemento Finito. El diagrama de flujo del código se ilustra en la Figura 2. En este trabajo se ha añadido una subrutina que estima la magnitud del impacto (Figura 3).

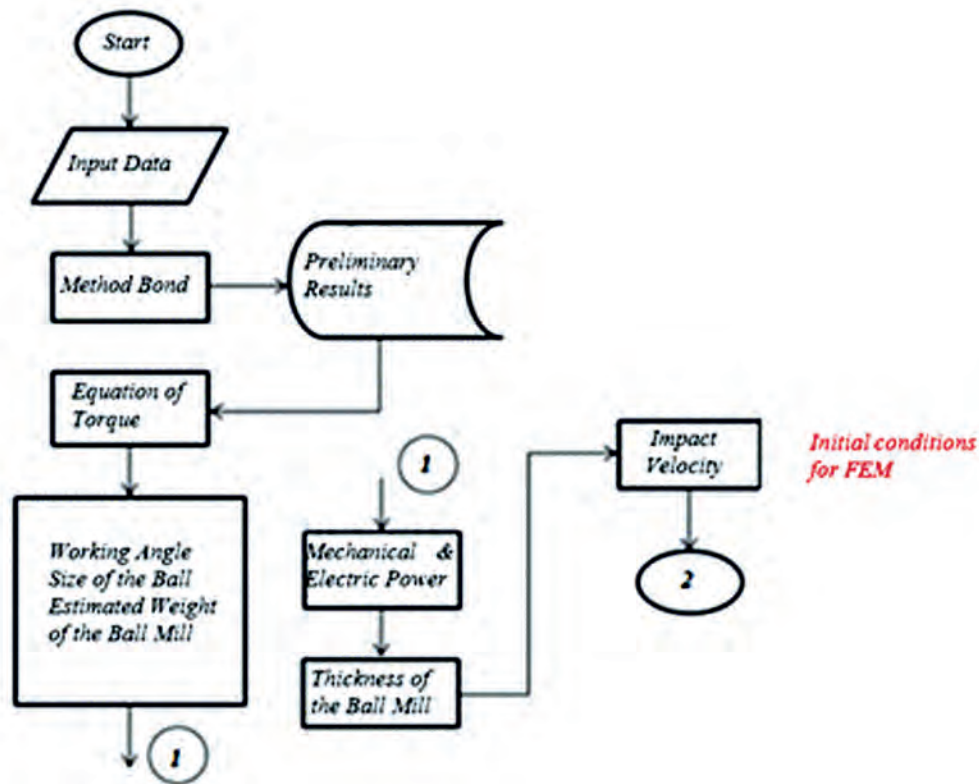


FIGURE 2. Implementation of the BM-Crush Program.

FIGURA 2. Implementación del Programa BM-Crush.

The Finite Element Method was used to evaluate the dynamic stresses in the internal walls of the ball mill. The initial conditions were carried out through the development of a numerical program implemented in a Matlab code. Table 3 shows the design parameters which were estimated in accordance with the flowchart of the program BM-Crush (Figure 2), considering the conditions set out in Table 3. Structural Steel was considered in all the analysis. Its Young's modulus and Poisson were 260 MPa and 0.3, respectively.

The Mooney Rivlin formulation was used. It is based on a linear combination of two constants ($C_1=1.65$ MPa and $C_2=-0.44$ MPa), described as a function of strain energy. These constants were obtained experimentally following the methodology available in the open literature (Wood, 1977; Yu & Zhao, 2008).

El Método del Elemento Finito fue utilizado para evaluar los esfuerzos dinámicos en las paredes internas del molino de bolas. Las condiciones iniciales se llevaron a cabo mediante el desarrollo de un programa numérico implementado en Matlab. La Tabla 3 muestra los parámetros de diseño, que se estimaron de acuerdo con el diagrama de flujo del programa BM-Crush (Figura 2), considerando las condiciones establecidas en la Tabla 3. En todos los análisis se consideró un acero estructural. Su módulo de Young y relación de Poisson fueron de 260 MPa y 0.3, respectivamente.

Se utilizó la formulación Mooney Rivlin. Ésta se fundamenta en una combinación lineal de dos constantes ($C_1=1.658$ MPa y $C_2=-0.445$ MPa), descrita como una función de la energía de deformación. Estas constantes se obtuvieron experimentalmente siguiendo la metodología disponible en la literatura abierta (Wood, 1977; Yu & Zhao, 2008).

TABLE 3. Characteristics models employed in the analysis
TABLA 3. Características de los modelos empleados en el análisis

Case number Model number	Case One		Case Two	
	Model 1	Model 2	Model 1	Model 2
Impact velocity	3.46 m/s	3.46 m/s	3.46 m/s	3.46 m/s
Radius of the ball	32 mm	(90 balls) 25 mm	25 mm	25 mm
Thickness of the wall	(12.7, 15.9, 19.1) mm	12.7 mm	12.7 mm	12.7 mm
Thickness of the coating				3 mm

Two cases were analyzed: (1). In first instance, two FEM models were developed using one half of the ball mill. In the first one, the impact of a single ball over the inner wall was simulated. Three different wall thicknesses were evaluated. In the second model, the simulation was done when ninety balls impacted the inner wall simultaneously. A single thickness was selected from previous model; (2). In the second case, two additional FEM analyses were developed. One eighth of the complete ball mill model was considered. The first evaluation was done without any coating and, in the second, the structural integrity of mill with a rubber coating was evaluated, which contributes greatly to the mitigation of dynamic stress. This thickness of the coating was 3mm.

Once that operation parameters were determined, the three preliminary numerical simulations were performed (model 1 of the first case). The purpose was the evaluation of the dynamic stress field on the wall of the mill. Three different thickness (12.7 mm, 15.9 mm and 19.1 mm.) were evaluated. In accordance with the results, the thickness of 12.7 mm was chosen, since the stress is within the elastic range. More detailed analyses were carried out. The transient stress field was obtained, when ninety balls impact simultaneously on the inner wall. In accordance with the requirements of the milling process and the calculation made with the Bond method, it was estimated that 900 steel balls were required (Ocampo *et al.*, 2015). Based on experimental and numerical tests Sun *et al.* (2009), a critical condition is developed when 90 steel balls fall at the same time. For this reason, this situation was considered in the stress analysis.

The relevant parameters of the finite element evaluations are summarized in Table 4.

Se analizaron dos casos: (1). En primera instancia, se desarrollaron dos modelos numéricos utilizando la mitad del molino de bolas. En el primero, se simuló el impacto de una sola bola de acero sobre la pared interior. Se evaluaron tres espesores de pared diferentes. En el segundo modelo, la simulación se hizo considerando que noventa bolas de acero impactan la pared interna de forma simultánea. Se seleccionó un solo grosor, del modelo anterior; (2). En el segundo caso, se desarrollaron dos análisis FEM adicionales. Se consideró una octava parte del modelo del molino. La primera evaluación se realizó sin recubrimiento y, en la segunda, se evaluó la integridad estructural del molino con recubrimiento de caucho, el cual contribuye en gran medida a la mitigación de los esfuerzos dinámicos. El espesor del recubrimiento fue de 3 mm.

Una vez que se determinaron los parámetros de la operación, se realizaron las tres simulaciones numéricas preliminares (modelo 1 del primer caso). El propósito fue la evaluación del campo de esfuerzo dinámico en la pared del molino. Se evaluaron tres espesores diferentes (12.7 mm, 15.9 mm y 19.1 mm). De acuerdo con los resultados, se eligió el espesor de 12.7 mm, ya que el esfuerzo está dentro del rango elástico. Se llevaron a cabo análisis más detallados. El campo de esfuerzo transitorio se obtuvo cuando noventa bolas impactan simultáneamente en la pared interna. De acuerdo con los requisitos del proceso de molienda y el cálculo realizado con el método Bond, se estimó que se requerían 900 bolas de acero (Ocampo *et al.*, 2015). Basado en pruebas experimentales y numéricas según Sun *et al.* (2009), se desarrolla una condición crítica cuando caen 90 bolas de acero al mismo tiempo. Por esta razón, esta situación se consideró en el análisis de esfuerzos. Los parámetros relevantes de las evaluaciones de elementos finitos se resumen en la Tabla 4.

TABLE 4. Parameters considered in the numerical analyses
TABLA 4. Parámetros considerados en el análisis numérico

	Case One		Case Two	
	Element type	Shell-163	Shell-163	Solid-164
Integration formulation	Belytschko-Tsay	Belytschko-Tsay	3-D	3-D
Mesh type	Lagrangian	Lagrangian	Lagrangian	Lagrangian
Elements number	80000	57800	32000	64000
Step time (Δt) (seconds)	9e-5	4e-5	1e-4	1e-4
Simulation Time	0.004 sec	0.00176 sec	0.004 sec	0.006 sec

In a second step, the stress field, when a ball impacts the internal wall, was evaluated. Such wall is uncoated. Finally, the performance of a coated internal wall was evaluated. Such coating was made of rubber and its thickness was 3 mm. The general procedure of this methodology is shown in Figure 3. All the stress analyses were done with ANSYS-LS-Dyna Code

En una segunda etapa, se evaluó el campo de esfuerzo cuando una bola impacta la pared interna. Dicha pared no está revestida. Finalmente, se evaluó el rendimiento de una pared interna recubierta. Dicho revestimiento era de caucho y su espesor era de 3 mm. El procedimiento general de esta metodología se muestra en la Figura 3. Todos los análisis de esfuerzos se realizaron con

Ver. 2020. and BM-Crush program. Figures 4, 5 and 6 show the boundary conditions.

ANSYS-LS-Dyna Code Version, 2020. y programa BM-Crush. Las Figuras 4, 5 y 6 muestran las condiciones de contorno.

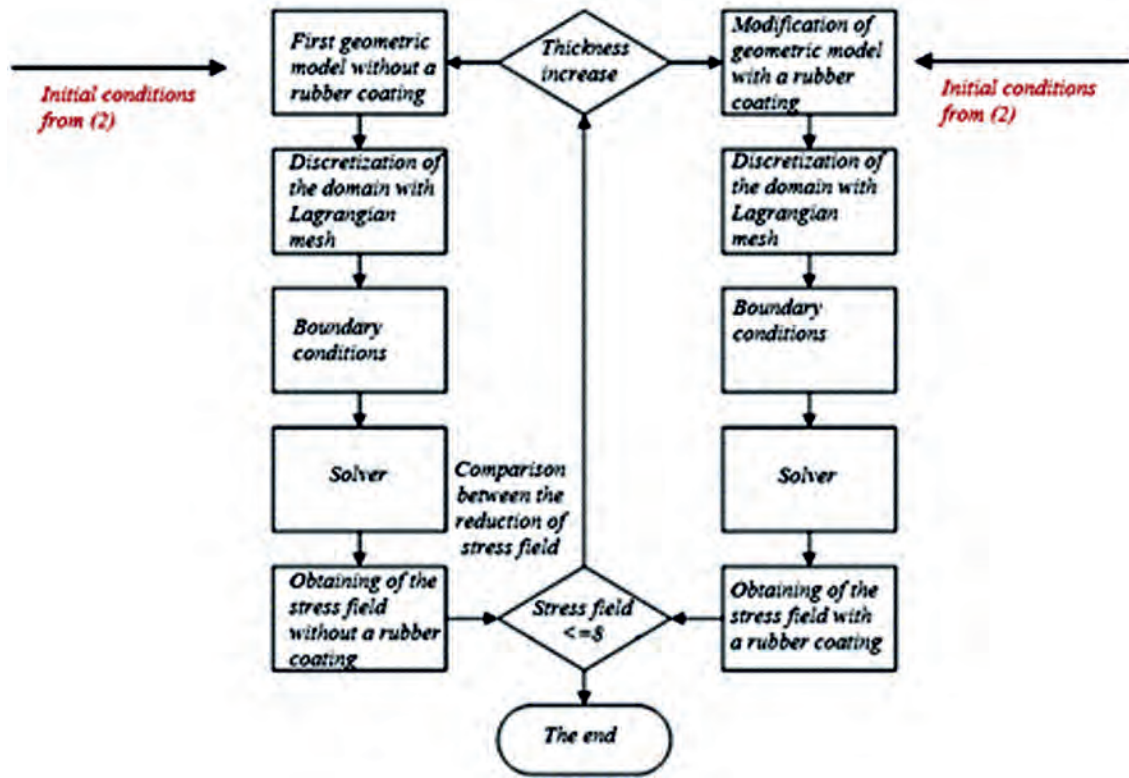


FIGURE 3. Implementation of initial and boundary conditions for numerical simulation.
 FIGURA 3. Implementación de las condiciones iniciales y de frontera para la simulación numérica.

In the first evaluation of case one (Figures 4 and 5), the stress field was obtained when a single ball impacted the center of the model. As the geometry of the cylindrical part is symmetric, only one half was modelled with Shell 163 elements, this in order to save computational resources. Their edges were fixed.

The initial velocity of the ball was 3.43 m/s. For all cases, the inner radius of the ball mill was of 297 mm and the thickness was varied (12.7 mm, 15.9 mm, and 19.1 mm.) (Figure 4). This result was compared analytically.

En la primera evaluación del caso uno (Figuras 4 y 5), el campo de esfuerzo se obtuvo cuando una sola pelota impactó el centro del modelo. Como la geometría de la parte cilíndrica es simétrica, solo la mitad fue modelada con elementos Shell 163, esto para ahorrar recursos computacionales. Sus bordes estaban fijos.

La velocidad inicial de la bola fue de 3.43 m/s. En todos los casos, el radio interior del molino de bolas es de 297 mm y el espesor varía (12.7 mm, 15.9 mm y 19.1 mm) (Figura 4). Este resultado se comparó analíticamente.

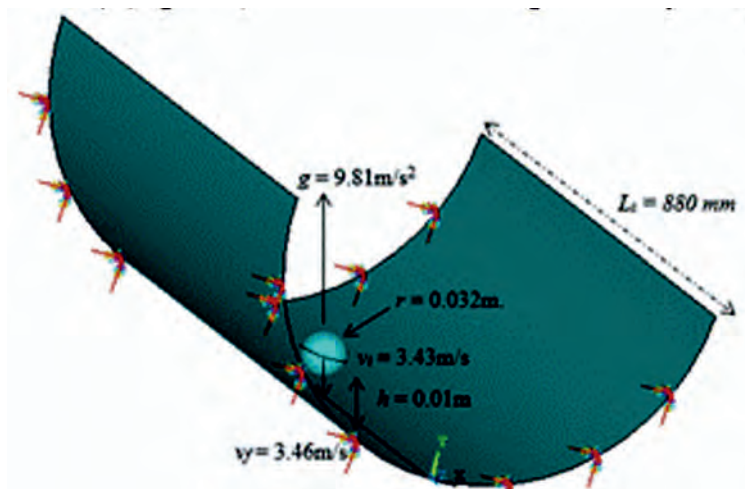


FIGURE 4. Initial and boundary conditions of the mill for different thicknesses.
 FIGURA 4. Condiciones iniciales y de frontera del molino para diferentes espesores.

In the next analysis, the dimension of the dominium of analysis was the same as the one mentioned above. The edges were fixed. The structural integrity was evaluated when the wall of the mill was impacted with 90 steel balls simultaneously (Figure 5). The velocity of the balls was 3.453 m/s.

En el siguiente análisis, la dimensión del dominio del análisis fue la misma que la mencionada anteriormente. Los bordes estaban fijos. La integridad estructural se evaluó cuando la pared del molino fue impactada con 90 bolas de acero simultáneamente (Figura 5). La velocidad de las bolas fue de 3.453 m/s.

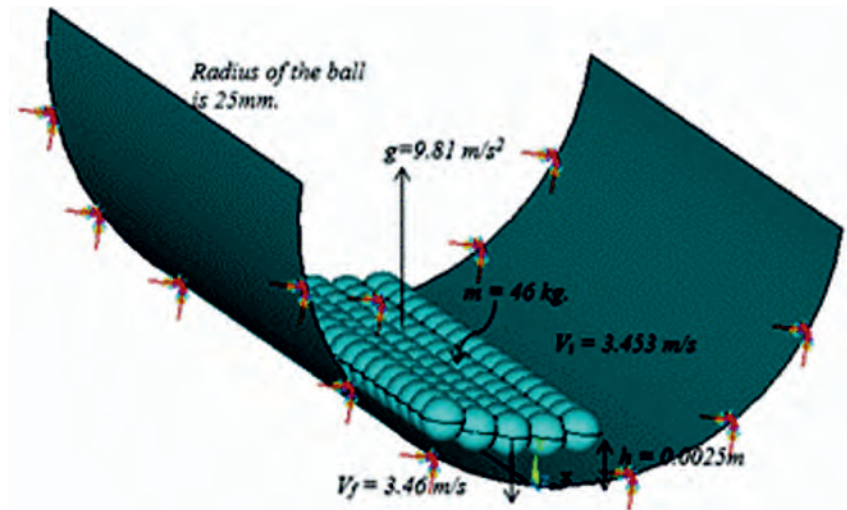


FIGURE 5. Ninety balls impacted simultaneously the inner wall.
 FIGURA 5. Noventa bolas impactan simultáneamente la pared interior.

For both models of case two (Figures 6(a) and (b)), the initial velocity of the ball and the element type selected were 3.46 m/s and Solid 164, respectively. Besides, the symmetry of the geometry studied was taken into account and only one eighth was evaluated. In the first evaluation, the metallic wall was only considered as shown in Figure 6a.

Para ambos modelos del caso dos (Figura 6(a) y (b)), la velocidad inicial de la bola y el tipo de elemento seleccionado fueron de 3.46 m/s y Solid 164, respectivamente. Además, se tomó en cuenta la simetría de la geometría estudiada y sólo se evaluó un octavo. En la primera evaluación, la pared metálica sólo se consideró como se muestra en la Figura 6a.

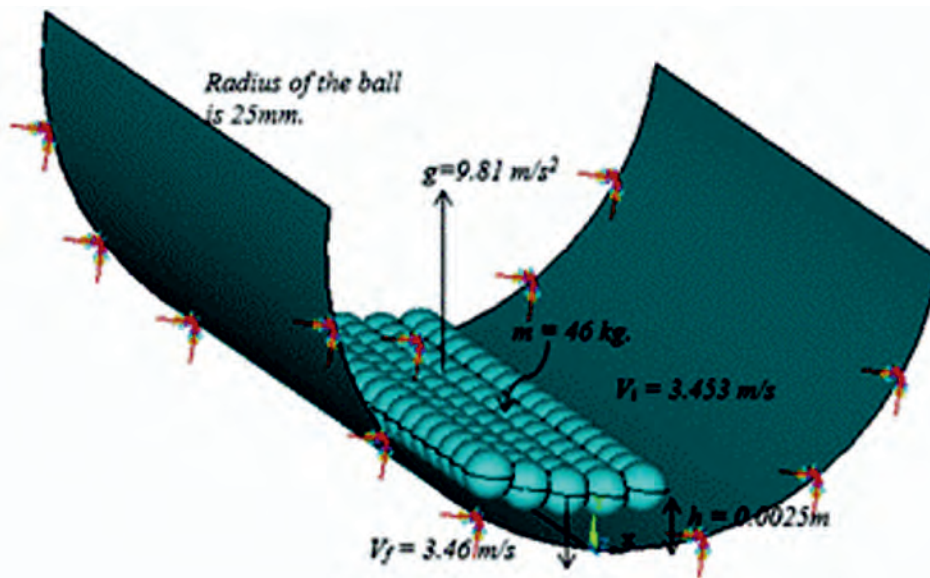


FIGURE 6. Impact of one ball in one eighth of the cylindrical geometry of the ball mill.
 FIGURA 6. Impacto de una bola en un octavo de la geometría cilíndrica del molino de bolas.

The second case evaluated the mitigation of the transient stresses over the internal wall of the ball mill. For this purpose, a rubber coating was considered. Its thickness was 3 mm and it was considered as a hyper elastic model (Figure 6b). Since the assessed stress is a localized phenomenon, we consider that

El segundo caso evaluó la mitigación de los esfuerzos transitorios sobre la pared interna del molino de bolas. Para este propósito, se consideró un recubrimiento de caucho. Su grosor fue de 3 mm y se consideró como un modelo hiperelástico (Figura 6b). Dado que el estrés evaluado es un fenómeno localizado, consideramos que

the stiffness does not greatly affect our results, when we use a model one-half and one-eighth of the ball mill.

RESULTS AND DISCUSSION

Case One (Model 1)

The thickness of the inner wall plays an important role. As it was increased, the stresses were reduced. The lowest von Mises equivalent stress (110 MPa) was obtained when a plate of 19.1 mm was used. However, it was decided to use a plate of 12.7 mm, because it makes easier the manufacture of the mill. In this case, the peak stress (142 MPa) must be mitigated (Figure 7). The stress is considered among the instant impact on the inner wall of the mill and when the relative velocity between the bodies is zero. It is in this time that the maximum stress is obtained.

la rigidez no afecta mucho a nuestros resultados, cuando usamos un modelo de la mitad y un octavo del molino de bolas.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Caso Uno (Modelo 1)

El espesor de la pared interna juega un papel importante. A medida que aumenta, los esfuerzos se reducen. El menor esfuerzo equivalente de von Mises (110 MPa) se obtuvo cuando se utilizó una placa de 19.1 mm. Sin embargo, se decidió utilizar una placa de 12.7 mm, porque facilita la fabricación del molino. En este caso, el pico de esfuerzo (142 MPa) tiene que ser mitigado (Figura 7). El esfuerzo se considera entre el impacto instantáneo en la pared interna del molino y cuando la velocidad relativa entre los cuerpos es cero. Es en este tiempo que se obtiene el esfuerzo máximo.

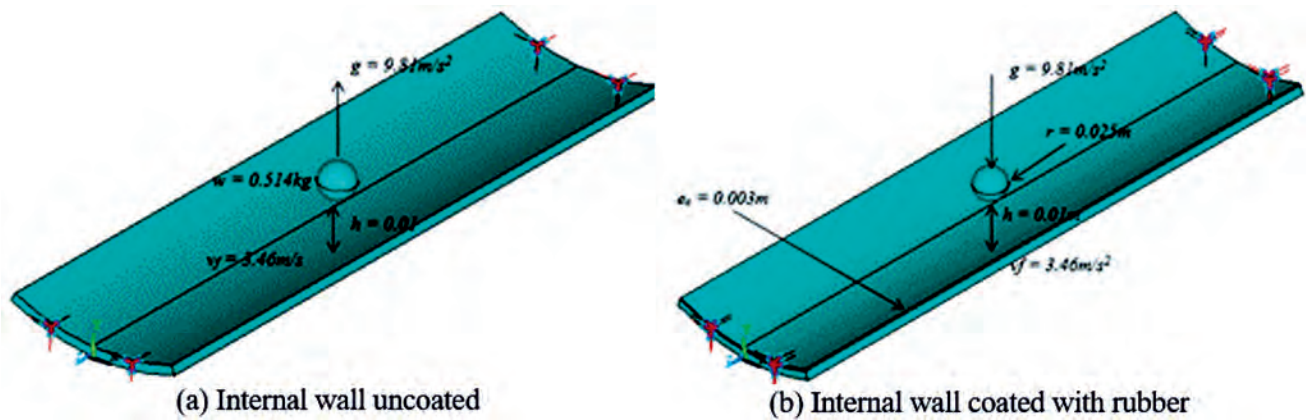


FIGURE 7. Stresses of von Mises for Case One (model 1).
 FIGURA 7. Esfuerzo de von Mises para el Caso 1 (modelo 1).

The stress field is reduced when wall thickness is increased. In all the analyzed cases, the yield stress (260 MPa) was not exceeded. The variation of the peak stresses with respect to the thickness is illustrated in Figure 8.

El campo de esfuerzo se reduce cuando se aumenta el espesor de la pared. En todos los casos analizados no se superó el límite de elasticidad (260 MPa). La variación de los esfuerzos máximos con respecto al espesor se ilustra en la Figura 8.

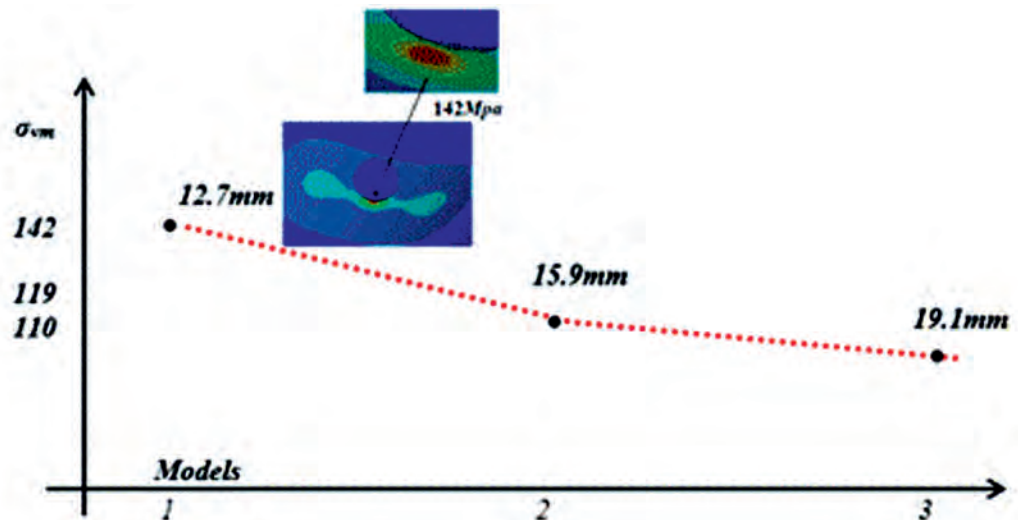


FIGURE 8. von Mises stress in dynamic conditions.
 FIGURA 8. Esfuerzo de von Mises en condiciones dinámicas.

Case One (Model 2)

During the mill process, several balls impact the inner wall simultaneously following a random pattern. This situation is difficult to model. The diameter and weight of each one of the balls were 50 mm and 0.514 kg, respectively. The severity of this loading condition was evaluated without any coating. In this case the distribution of the stresses shown divided in small periods of time (Figure 9a-Figure 9f) where the stress is maximum for each impact of 90 steel balls. After the relative velocity between mill wall and balls is zero. It can be seen in (Figure 9g-Figure 9l) that stresses are spread creating areas of high stress concentrations that are located in the border mill.

Caso Uno (Modelo 2)

Durante el proceso del molino, varias bolas impactan la pared interna simultáneamente siguiendo un patrón aleatorio. Esta situación es difícil de modelar. El diámetro y el peso de cada una de las bolas fueron 50 mm y 0.514 kg, respectivamente. La gravedad de esta condición de carga se evaluó sin ningún recubrimiento. En este caso, la distribución de los esfuerzos mostrada se divide en pequeños periodos de tiempo (Figura 9a-Figura 9f) donde esfuerzo es máximo para cada impacto de las 90 bolas de acero. Después de que la velocidad relativa entre la pared del molino y las bolas es cero. Se puede ver en (Figura 9g-9l) que los esfuerzos se extienden creando áreas de altas concentraciones de esfuerzos que se encuentran en la frontera del molino.

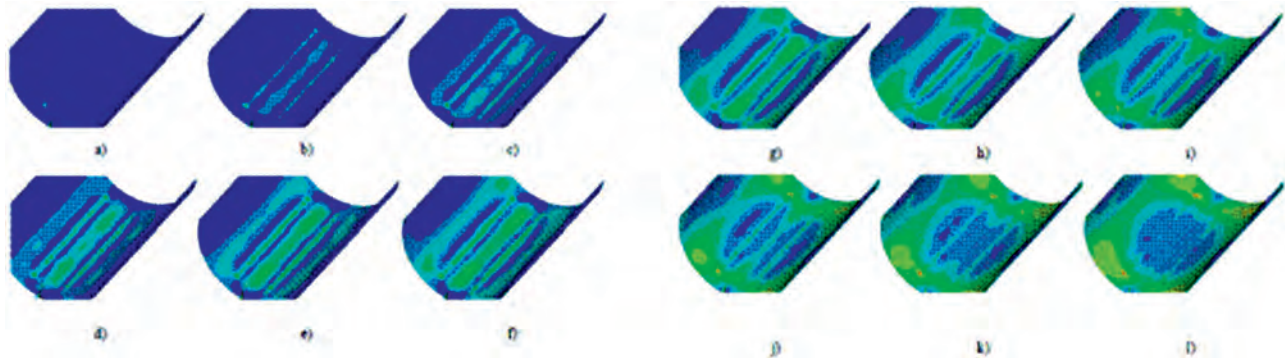


FIGURE 9. Propagation of the stress wave on the internal walls of the ball mill.
 FIGURA 9. Propagación de las ondas de esfuerzos en las paredes internas del molino.

The results showed that the peak stresses were around 194 MPa, as shown in Figure 10.

Los resultados mostraron que los esfuerzos **máximos** eran alrededor de 194 MPa, como se muestra en la Figura 10.

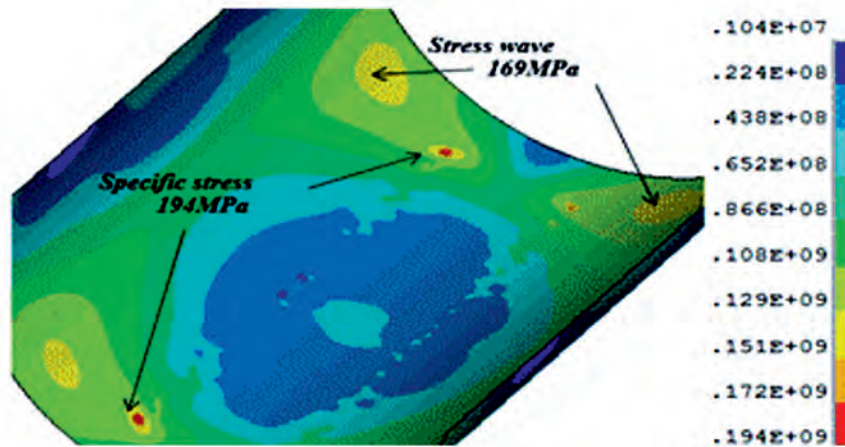


FIGURE 10. Maximum and punctual stress of von Mises.
 FIGURA 10. Máximo y puntual esfuerzo de von Mises.

The simultaneous impact of the steel balls on the internal wall of the mill, generated significant stress, when the plate thickness was 12.7 mm. The maximum stress was 169 MPa. It resulted from the propagation of the stress waves. Figure 11 shows the stress field around the impact area. However, a transient von Mises peak stresses is also shown. It was 194 MPa and is the 75% of yield stress. It was estimated that the peak stresses take place around 2400 times in one hour.

El impacto simultáneo de las bolas de acero en la pared interna del molino generó esfuerzo significativo, cuando el grosor de la placa fue de 12.7 mm. El esfuerzo máximo fue de 169 MPa. Resultó de la propagación de las ondas de esfuerzo. La Figura 11 muestra el campo de esfuerzo alrededor del área de impacto. Sin embargo, también se muestra un esfuerzo transitorio de von Mises de 194 MPa y es el 75% del esfuerzo de cedencia. Se estimó que el pico de esfuerzos se produce alrededor de 2400 veces en una hora.

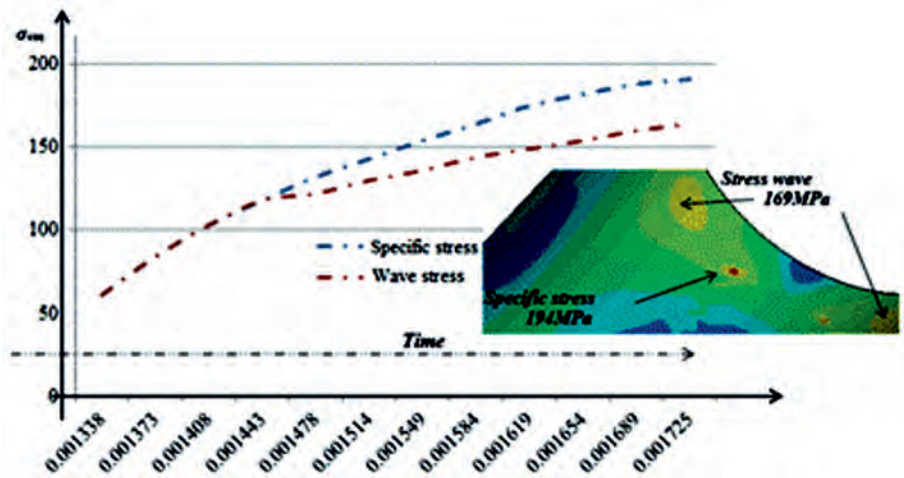


FIGURE 11. Evolution of von Mises stress in dynamic conditions
 FIGURA 11. Evolución del esfuerzo de von Mises en condiciones dinámicas

Case Two (Model 1)

The impact of a ball over the internal wall (thickness 12.7mm.) was simulated (Figure 12). Only one eighth of the complete cylindrical wall of the mill was evaluated. It was expected that this reduced model will give simplified data about the impact process. At the same time, computation time is saved. The final evaluation is not affected, when the maximum von Mises stress were obtained in the contact area. In other words, this transient stress field is generated at every impact point. Such field is generated randomly on the inner wall. Therefore, the idea is to evaluate the transitory stress field at every point, which takes place repetitively during the milling process.

Caso Dos (Modelo 1)

Se simuló el impacto de una bola sobre la pared interna (espesor 12.7 mm), (Figura 12). Se evaluó sólo un octavo de la pared cilíndrica completa del molino. Se esperaba que este modelo reducido proporcionara datos simplificados sobre el proceso de impacto. Al mismo tiempo, el tiempo de cálculo se guarda. La evaluación final no se ve afectada, cuando se obtuvo el **máximo** esfuerzo de von Mises en el área de contacto. En otras palabras, este campo de esfuerzo transitorio se genera en cada punto de impacto. Dicho campo se genera aleatoriamente en la pared interna. Por lo tanto, la idea es evaluar el campo de esfuerzo transitorio en cada punto, que tiene lugar repetidamente durante el proceso de molienda.

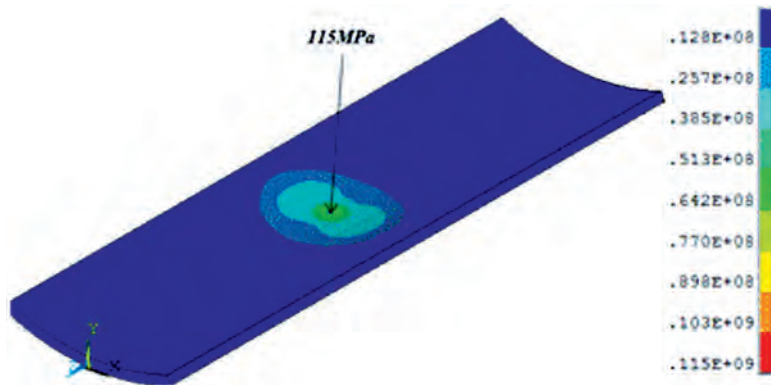


FIGURE 12. Maximum stress of von Mises uncoated.
 FIGURA 12. Esfuerzo de von Mises para una pared sin revestimiento.

This approach also increased the possibility to generate a finer mesh on point of impact over the inner wall. In this circumstance, the maximum stress of the von Mises was 115 MPa. Differences between the stresses of 142 MPa and 115 MPa are due to the size of ball used ($r_1 = 32$ mm) and ($r_2 = 25$ mm). The purpose was to observe the stresses distribution, when the size of the balls was changed.

Este enfoque también aumentó la posibilidad de generar una malla más fina en el punto de impacto sobre la pared interior. En esta circunstancia, el esfuerzo **máximo** de von Mises fue de 115 MPa. Las diferencias entre los esfuerzos de 142 MPa y 115 MPa se deben al tamaño de la bola utilizada ($r_1 = 32$ mm) y ($r_2 = 25$ mm). El objetivo fue observar la distribución de esfuerzos, cuando se cambió el tamaño de las bolas.

Case Two (Model 2)

In order to minimize the effect of cyclic stresses, it was proposed to cover the inner walls of the mill with a 3 mm rubber

Caso Dos (Modelo 2)

Con el fin de minimizar el efecto de los esfuerzos cíclicos, se propuso cubrir las paredes internas del molino con una capa de

layer. This will absorb and dissipate the impact energy, avoiding the need to increase the thickness of the steel mill. The impact over coated wall with rubber was simulated (Figure 13). This material was considered as a hyper-elastic. Its thickness was 3 mm. The Mooney Rivlin formulation was used. It is based on a linear combination of two constants ($C_1=1.65$ MPa and $C_2=-0.44$ MPa). They are described as a function of strain energy. These constants were obtained experimentally. The maximum von Mises stress was 13.8 MPa.

caucho de 3 mm. Esto absorberá y disipará la energía de impacto, evitando la necesidad de aumentar el espesor del molino de acero. Se simuló el impacto sobre la pared revestida con caucho (Figura 13). Este material fue considerado como un hiperelástico. Su espesor era de 3 mm. Se utilizó la formulación Mooney Rivlin. Se basa en una combinación lineal de dos constantes ($C_1 = 1.65$ MPa y $C_2 = -0.44$ MPa). Se describen como una función de la energía de deformación. Estas constantes se obtuvieron experimentalmente. El **máximo** esfuerzo de von Mises fue de 13.8 MPa.

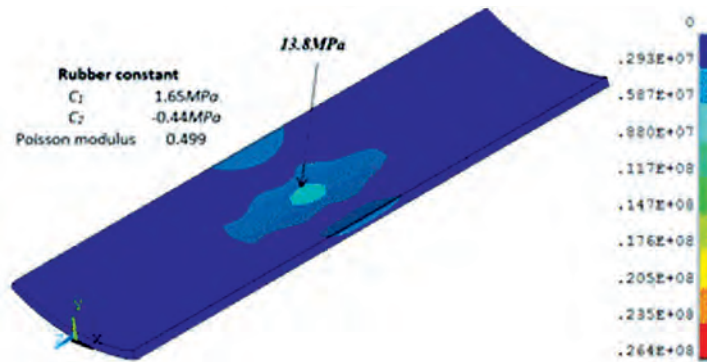


FIGURE 13. Maximum stress of von Mises with coated.
 FIGURA 13. Máximo esfuerzo de von Mises con recubrimiento.

The dynamic behavior of the inner wall was compared with the cases analyzed in case two (Figure 14). In first instance, the direct impact of a ball over the inner wall generated fluctuant stresses. This situation was diminished when the rubber coating was used.

El comportamiento dinámico de la pared interna se comparó con los casos analizados en el caso dos (Figura 14). En primera instancia, el impacto directo de una bola sobre la pared interna generó esfuerzos fluctuantes. Esta situación se redujo cuando se utilizó el recubrimiento de caucho.

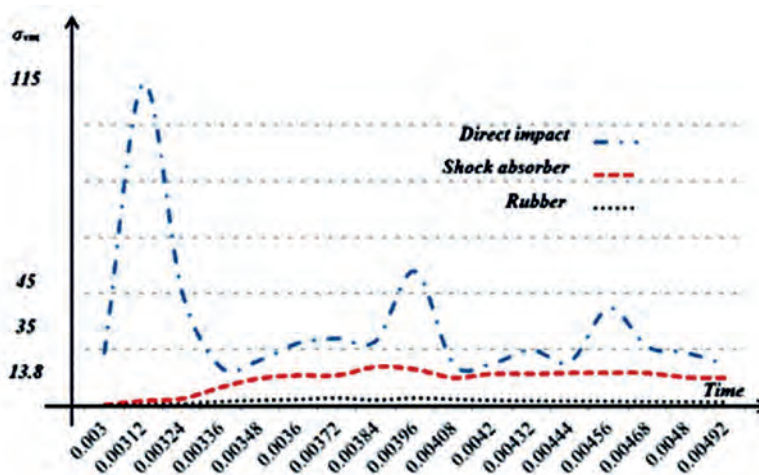


FIGURE 14. Evolution of von Mises stress for steel versus rubber.
 FIGURA 14. Evolución del esfuerzo de von Mises para acero vs caucho.

In this case, some of the impact energy was absorbed, and the variation of the stresses was reduced notably. In order to get a better idea, the impact over a plate of rubber was analyzed. The level of stresses was reduced. The von Mises stresses, for the condition in which the walls of the mill are uncoated, were sub-damped with three peaks (115, 45 and 35) MPa (Figure 14). It took place at the boundary of the impact point.

En este caso, parte de la energía de impacto fue absorbida, y la variación de los esfuerzos se redujo notablemente. Con el fin de obtener una mejor idea, el impacto sobre un plato de caucho se analizó. El nivel de esfuerzos se redujo. Los esfuerzos de von Mises, por la condición en la que las paredes del molino no están revestidas, fueron sub-amortiguadas con tres picos (115, 45 y 35) MPa (Figura 14). Se llevó a cabo en el límite del punto de impacto.

Regarding the inner wall coated with rubber, the maximum von Mises stress was reduced 8 times in comparison with the stresses that took place with uncoated conditions. The peak

En cuanto a la pared interna revestida con caucho, el esfuerzo máximo de von Mises se redujo 8 veces en comparación con los esfuerzos que tuvieron lugar con las condiciones no

stress was 5% of the yield strength of the shell. The resultant stress fields were compared in Figure 15.

revestidas. El pico de esfuerzo fue del 5% de la resistencia a la deformación de la carcasa. Los campos de esfuerzo resultantes se compararon en la Figura 15.

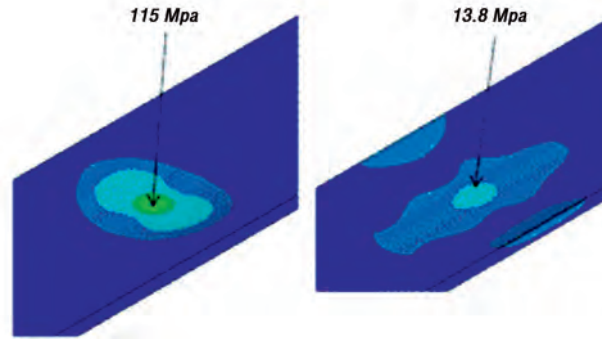


FIGURE 15. Resultant von Mises stress field. (a). Uncoated inner wall. (b) Inner wall coated with rubber.
 FIGURA 15. Resultados del campo de esfuerzos de von Mises (a) sin revestimiento y (b) con revestimiento.

Finally, the numerical solution was compared with the results of a simplified analytical procedure. It is based on the “Work-Energy” principle (Figure 16). The results show that the numerical calculations are 23% higher than the analytical estimates. It has to keep in mind that the analytical model is based on the deformation. The simplifications imply that greater deformations were estimated at the impact area with the finite element method. Therefore, the stresses will be underestimated with an analytical procedure.

Finalmente, se comparó la solución numérica con los resultados de un procedimiento analítico simplificado. Con base en el principio “Trabajo-Energía” (Figura 16). Los resultados muestran que los cálculos numéricos son 23% más altos que las estimaciones analíticas. Hay que tener en cuenta que el modelo analítico se basa en la deformación. Las simplificaciones implican que se estimaron mayores deformaciones en el área de impacto con el método de elementos finitos. Por lo tanto, los esfuerzos serán subestimados con un procedimiento analítico.

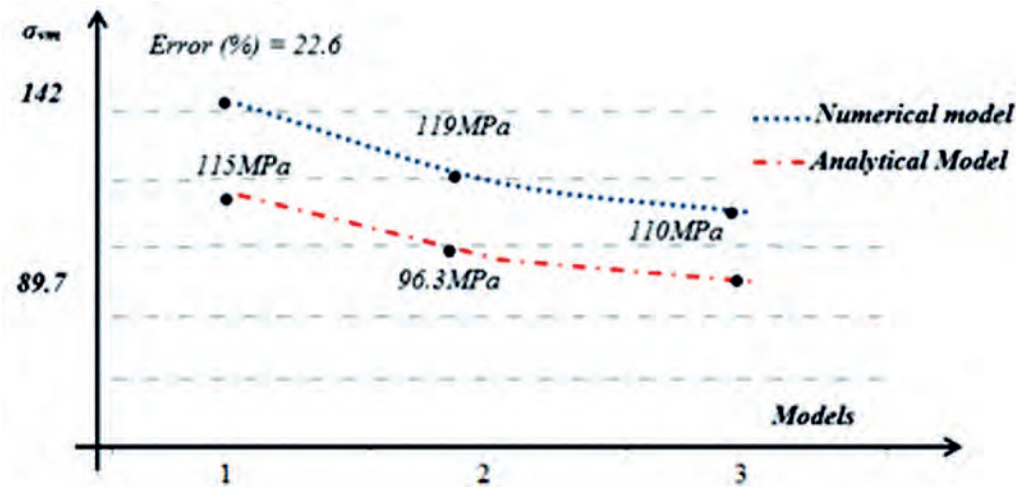


FIGURE 16. Comparison of numerical and analytical von Mises stress.
 FIGURA 16. Comparación del esfuerzo de von Mises numérico y analítico.

CONCLUSIONS

- With the implementation of the BM-Crush Program, the design of a ball mill is more efficient, allowing the evaluation of different operating conditions.
- The thickness of the mill was estimated at 12.7 mm under dynamic impact conditions according to the Work-Energy principle.
- The structural integrity of the ball mill was considerably improved with the application of a rubber coating on its internal walls.

Rubber significantly absorbs and dissipates impact

CONCLUSIONES

- Con la implementación del Programa BM-Crush se logra que el diseño de un molino de bolas sea más eficiente, permitiendo evaluar diferentes condiciones de operación.
- Se estimó el espesor del molino en 12.7 mm bajo condiciones dinámicas de impacto según el principio de Trabajo-Energía.
- Se mejoró considerablemente la integridad estructural del molino de bolas con la aplicación de un recubrimiento de caucho en sus paredes internas.
- El caucho absorbe y disipa significativamente la energía de impacto, lográndose una reducción de los esfuerzos de von Mises

energy, achieving an 8-fold reduction in von Mises stresses compared to stresses in uncoated conditions and a decreased risk of fatigue failure.

de 8 veces en comparación con los esfuerzos en condiciones no revestidas y la disminución del riesgo de falla por fatiga.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors kindly acknowledge the support given by CONACyT and the Instituto Politécnico Nacional.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a las facilidades brindadas por el Instituto Politécnico Nacional y al apoyo económico del Consejo Nacional de Ciencias y Tecnologías.

REFERENCES

- BOND, F.C.: "Crushing and Grinding Calculations", *British Chemical Engineering*, 6(1): 378-391, 543-548, 1960, ISSN: 0007-0424.
- BUDYNAS, R.G.; NISBETT, J.K.: *Shigley's Mechanical Engineering Design*, Ed. Mc Graw-Hill, México, DF, 2015, ISBN: 13: 978-0073398204.
- DUDA, W.H.: *Manual tecnológico del cemento*, Ed. Reverte, México, DF, 352 p., 2003, ISBN: 978-84-7146-095-0.
- FLORES, J.E.A.; LI, Q.M.; SHEN, L.: "Numerical Simulations of Quasi-Static Indentation and Low Velocity Impact of Rohacell 51 WF Foam", *International Journal of Computational Methods*, 11: 1 – 12, 2014, ISSN: 0219-8762.
- GILARDI, G.; SHARF, I.: "Literature Survey of Contact Dynamics Modelling", *Mechanism and Machine Theory*, 37: 1213–1239, 2002, ISSN: 0094-114X.
- GOLDSMITH, W.: *Impact: The Theory and Physical Behavior of Colliding Solids*, Ed. Edward Arnold Publishers Ltd., London, U K, 1960, ISBN: 0-486-42004-3.
- HERTZ, H.: "Über die Berührung Fester Elastischer Körper", *L. Reine Angewandte Mathematik*, 92: 156-171, 1882, ISSN: 0075-4102.
- KUBAIR, D.V.: "Simulation of Low-velocity Impact Damage in Layered Composites using a Cohesive-based Finite Element Technique", *Defense Science Journal*, 54: 571-578, 2004, ISSN: 0011-748X.
- MEOA, M.; MORRISA, A.J.; VIGNJEVICA, R.; MARENGOB, G.: "Numerical Simulations of Low-velocity Impact on an Aircraft Sandwich Panel", *Composite Structures*, 62: 353 – 360, 2003, ISSN: 0263-8223.
- NEIKOV, O.D.; MURASHOVA, I.B.; YEFIMOV, N.A.; NABOYCHENKO, S.: *Handbook of Non-Ferrous Metal Powders: Technologies and Applications*, Ed. Elsevier, USA, 644 p., 2009, ISBN: 978-0-08-055940-7.
- OCAMPO, A.; HERNÁNDEZ, L.H.; URRIOLAGOITIA, G.; FERNÁNDEZ, D.; CERVANTES, R.; FERNÁNDEZ, D.: "Diseño de un Molino para Reciclar Pastas de Freno de Tracto-Camiones Usando el Método de Bond", *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 24(3): 45-51, 2015, ISSN: 1010-2760, e-ISSN: 2071-0054.
- OCAMPO, A.; HERNÁNDEZ, L.H.; URRIOLAGOITIA, G.; FERNÁNDEZ, D.; FERNÁNDEZ, D.; CERVANTES, R.: "Evaluación de la Integridad Estructural de un Molino de Bolas en Condiciones Estáticas y Dinámicas Usando el Método del Elemento Finito (MEF)", *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 25(2): 5-16, 2016, ISSN: 1010-2760, e-ISSN: 2071-0054.
- OSORIO, A.; BUSTAMANTE, O.; MARIN, J.M.; RESTREPO, G.: "Evaluación del uso de poliacrilamida como modificador reológico en la molienda de pulpas de cuarzo", *Revista Colombiana de Materiales*, (5): 244–249, 2014, ISSN: 2256-1013.
- SOLÓRZANO, J.; PEREA, J.; TORO, E.; VANEGAS, O.: "Reducción del impacto ambiental de un residuo peligroso de la industria del cobre", *Revista Colombiana de Materiales*, (5): 277–282, 2014, ISSN: 2256-1013.
- SUN, Y.; DONG, M.; MAO, Y.; FAN, D.: "Analysis on Grinding media Motion in Ball Mill by Discrete Element Method", En: *1st International Conference on Manufacturing Engineering, Quality and Production Systems I*, pp. 227-231, 2009.
- WANG, Y.; MASON, M.T.: "Two Dimensional Rigid-body Collisions with Friction", *Journal of Applied Mechanics*, 59: 635–642, 1992, ISSN: 2379-0431.
- WANG, Y.; ZHANG, Z.; XU, Y.; XI, Y.: *Tensile Fracture Simulation in Rock Using Augmented Virtual Internal Bond Method, Rock Mechanics and Its Applications in Civil, Mining and Petroleum Engineering*, Ed. American Society of Civil Engineers, 13-19 p., 2014, ISBN: 978-0-7844-1339.
- WILLS, B.: *Wills' Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*, Ed. Butterworth Hein, 2006, ISBN: 978-0-08-097054-7.
- WOOD, A.L.: "Uniaxial Extension and Compression in Stress-Strain Relations of Rubber", *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 82: 57 – 63, 1977, ISSN: 0160-1741.
- YU, Y.S.; ZHAO, Y.P.: "Deformation of PDMS Membrane and Micro-cantilever by a Water Droplet: Comparison between Mooney–Rivlin and Linear Elastic Constitutive Models", *Journal of Colloid and Interface Science*, 332: 467–476, 2008, ISSN: 0021-9797.

Arturo Ocampo-Ramirez, Dr, Investigador, Unidad de Simulación e Ingeniería Mecánica Estructural–GrupoSSC, Ciudad de México, México, e-mail: arturo.ocampo@gruposscc.com

Dayvis Fernández-Valdés, Dra, Investigador, SEPI-ESIME Instituto Politécnico Nacional. Ciudad de México, México, e-mail: dayvis86@hotmail.com

María Victoria Gómez-Águila, MSc, Profesora-Investigador, Universidad Autónoma Chapingo, Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola, Texcoco, México, e-mail: mvaguila@hotmail.com

Minelkis Machado-Molina, Dra, Profesora, Universidad Agraria de La Habana, Facultad de Ciencias Técnicas, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba, e-mail: minelkis_machado@unah.edu.cu

María del Carmen Sigler-Muñoz, Ing, Profesora, Universidad Agraria de La Habana, Facultad de Ciencias Técnicas, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba, e-mail: msigler@unah.edu.cu

Ernesto Ramos-Carbajal, Dr, Profesor-Investigador, Escuela de Estudios Agropecuarios Mezcalapa, Universidad Autónoma de Chiapas (UNACH), México, e-mail: erc670819@gmail.com

The authors of this work declare no conflict of interests.

This item is under license Reconocimiento-NoComercial de Creative Commons 4.0 Internacional (CC BY-NC 4.0).

The mention of trademarks of specific equipment, instruments or materials is for identification purposes, there being no promotional commitment in relation to them, neither by the authors nor by the publisher.