



APLICACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS EN LA CINÉTICA DE PRODUCCIÓN DE GAS *IN VITRO* PARA RUMIANTES

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELS IN THE KINETICS OF *IN VITRO* GAS PRODUCTION FOR RUMINANTS

^{ID}SHAKIRA GARCÍA HERNÁNDEZ^{1*}, ^{ID}MAGALY HERRERA VILAFRANCA²,
^{ID}LUCÍA FERNÁNDEZ CHUAIREY¹, ^{ID}YOLAINE MEDINA MESA²

¹Universidad Agraria De La Habana "Fructuoso Rodríguez Pérez", Carretera Tapaste km 23 ½, San José de Las Lajas, Mayabeque, Cuba.

²Instituto de Ciencia Animal, Carretera Central km 47 ½, Apartado Postal 24, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba.

*Autor para correspondencia: Shakira García Hernández. E-mail: shgarciahdez@gmail.com

Resumen

La producción de gas *in vitro* (PGIV) es una técnica que en el campo de la producción animal y agrícola se ha aplicado desde hace algunas décadas convirtiéndola en la vía que facilita la obtención de resultados sin la necesidad de dañar o lastimar al sujeto en experimentación. Sus resultados se han analizado por medio de diferentes modelos estadísticos-matemáticos. El resaltar la aplicación de esos modelos matemáticos que analizan la cinética de producción de gas *in vitro* para rumiantes es el propósito de la investigación. Se indaga en los modelos lineales mixtos y las diferentes clasificaciones que estos tienen, lo que les permite adaptarse a diferentes estudios científicos; los modelos matemáticos fueron también clave en esta investigación, ya que forman la estructura primaria que permite identificar en qué consisten y luego ser capaces de proceder a su aplicación. La demostración de su utilidad en la esfera agropecuaria fue otro de los aspectos tratados, que concluyó con la identificación de un número de investigaciones realizadas en los últimos años de los principales modelos matemáticos que se utilizaron para describir la cinética de producción de gas *in vitro* enfocada a los rumiantes y todos aquellos elementos que forman un alimento básico o suplementado para ellos. Por lo tanto, se puede decir que, el empleo de los modelos con enfoque mixtos resulta una alternativa que permite describir la cinética de la producción de gas *in vitro* debido a las ventajas que estos propician, siendo su uso fundamental para la interpretación de los resultados.

Palabras clave: modelos, modelos lineales mixtos y esfera agropecuaria

ABSTRACT

In vitro gas production (IVGP) is a technique that has been applied in the field of animal and agricultural production for some decades, making it the way to facilitate obtaining results without the need to harm or injure the subject in experimentation. Its results have been analyzed using different statistical-mathematical models. The purpose of this research is to highlight the application of these mathematical models that analyze the kinetics of *in vitro* gas production for ruminants. The investigation delves into linear mixed models and their different classifications, which allows them to adapt to different scientific studies. The mathematical models were also key in this research, as they form the primary structure that allows identifying what they consist of and then being able to proceed with their application. Demonstrating their usefulness in the agricultural sector was another aspect addressed, which concluded with the identification of a number of investigations carried out in recent years on the main mathematical models used to describe the kinetics of *in vitro* gas production focused on ruminants and all those elements that form a basic or supplemented food for them. Therefore, it can be said that the use of models with a mixed approach is an alternative that allows describing the kinetics of *in vitro* gas production due to the advantages they provide, making their use fundamental for the interpretation of the results.

Keywords: models, mixed linear models and agricultural sphere

Recibido: 21 de mayo de 2025

Aceptado: 05 de junio de 2025

Conflicto de intereses: los autores de este trabajo no declaran conflicto de interés.

Contribución de autores: los autores participaron en el diseño y redacción del trabajo, además del análisis de los documentos.



Este artículo se encuentra bajo los términos de la licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial (CC BY-NC 4.0). <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



Introducción

Rodríguez *et al.* (2017) reflejan que la técnica de producción de gas es un sistema *in vitro* en lote batch, en el cual se van acumulando los productos de la fermentación. La técnica es un procedimiento que se aplica de forma rutinaria para la evaluación de alimentos y también se ha empleado para predecir el consumo voluntario de alimentos *in vivo* (Blümmel y Becker 1997 y Blümmel *et al.* 1997, 2005).

En el ámbito biológico, el análisis de la producción de gas *in vitro* (PGIV) resulta de gran utilidad para describir el comportamiento de diferentes ambientes de fermentación. Además, proporciona información sobre la composición y las tasas de fermentación de los constituyentes solubles y estructurales de los alimentos (Rodríguez *et al.*, 2020).

Los avances alcanzados en la modelación estadístico-matemática permiten reevaluar la utilización de los modelos clásicos. El estudio de nuevos enfoques o alternativas para modelar los fenómenos puede conducir a resultados más certeros. Con relación a esto, los modelos mixtos en combinación con el análisis de los puntos críticos y de inflexión de las funciones son poderosas herramientas a considerar en la modelación matemática de estos tiempos (García *et al.*, 2022). En el caso de la PGIV estudios recientes demostraron que esta posee fluctuaciones durante el proceso que no pueden ser descritas por los modelos clásicos para delimitar sus diferentes fases.

El continuo desarrollo de las investigaciones y la búsqueda de nuevas estrategias de análisis estadístico que brinden mayor precisión y exactitud al obtener los resultados, ha concentrado la atención en determinar cuál es la más aproximada para el análisis de datos provenientes de experimentos con medidas repetidas en diferentes momentos en el tiempo en la misma unidad experimental, siendo así la propuesta de los modelos mixtos (Gómez *et al.*, 2019 y Morales, 2022).

Por lo anteriormente expuesto el presente trabajo tiene como objetivo: Resaltar la aplicación de los modelos estadísticos-matemáticos en investigaciones sobre la cinética de producción de gas *in vitro* para rumiantes.

Desarrollo

Los modelos estadísticos-matemáticos son herramientas muy versátiles en investigaciones agropecuarias. Para aplicar las diferentes opciones que facilitan es necesario inicialmente conocer en qué consisten y los diferentes modelos que existen; los lineales mixtos han demostrado resultados eficientes en este tipo de estudios y es por esta razón que se estará hablando de aquellos modelos matemáticos que se han empleado en los últimos años en investigaciones agropecuarias donde se evalúe la cinética de producción de gas *in vitro*.

Los Modelos Lineales Mixtos

El nombre de Modelos Lineales Mixtos (MLM) según Trilleras (2022) proviene del hecho de que estos modelos son lineales en los parámetros y que las covariables o variables independientes, pueden involucrar efectos fijos y efectos aleatorios. Mientras que, Altamirano *et al.*, (2022) expresan que la complejidad de los modelos mixtos, causada por la presencia de efectos aleatorios y las diferentes estructuras de covariancia, hace que el proceso de selección del modelo no sea una tarea sencilla.

Este proceso está compuesto por reiterados ajustes y evaluaciones de modelos con el objetivo de identificar una forma funcional que describa adecuadamente la evolución de la respuesta en el tiempo, su relación con covariables y la correlación presente en los datos. El uso de herramientas diagnósticas basadas en los residuos en el proceso de construcción del modelo permite conocer mejor el problema bajo investigación y así sugerir modelos adecuados.

Los MLM no son más que una extensión de los modelos lineales generales donde su aplicación se ha extendido a estudios en los que es necesario controlar efectos fijos y aleatorios, se realizan mediciones sobre la misma unidad experimental o individuos.

Estos modelos se pueden clasificar clasifican principalmente en función de la estructura de los datos y de los componentes que los constituyen. Navarrete (2015) dice que de acuerdo a la información recopilada, estos modelos se pueden categorizar en:

- Modelos de Efectos Fijos: Son aquellos efectos que se consideran constantes en toda la población. Se utiliza para modelar el efecto promedio de una o más variables independientes sobre una variable dependiente.
- Modelos de Efectos Aleatorios: Representan las variaciones individuales (o grupales) que no se pueden explicar mediante los efectos fijos. Esto es especialmente relevante en casos donde se tienen datos anidados o agrupados, como puede ser en estudios longitudinales o jerárquicos.
- Modelos Multinivel o Jerárquicos: Se aplican cuando los datos tienen una estructura jerárquica, es decir, las observaciones se agrupan en diferentes niveles (por ejemplo, estudiantes dentro de escuelas) y se busca modelar la variabilidad a través de estos niveles.
- Modelos de Medidas Repetidas: Utilizados cuando las mismas observaciones se toman múltiples veces a lo largo del tiempo o bajo diferentes condiciones, permitiendo que los análisis tengan en cuenta la correlación entre observaciones dentro de los mismos sujetos.
- Modelos Longitudinales: Se centran en cambios a lo largo del tiempo involucrando a los mismos sujetos, permitiendo analizar cómo varían ciertos efectos dentro de un periodo prolongado.

- Modelos Univariados: Abordan una sola respuesta continua en el análisis.
- Modelos Multivariados: Permiten evaluar múltiples variables dependientes a la vez, facilitando un análisis más complejo que incluye las interdependencias entre diferentes respuestas.

Los Modelos Matemáticos

Un modelo matemático es una representación simplificada, a través de ecuaciones, funciones o fórmulas matemáticas de la relación entre dos o más variables. Por otro lado, la rama de las matemáticas que se encarga de estudiar las cualidades y estructura de los modelos es la llamada “teoría de los modelos”. (Roldán, 2019).

Según Ramos en 2021 los modelos matemáticos pueden clasificarse de acuerdo al resultado que predicen estos son: los modelos deterministas y estocásticos. Los primeros pronostican un mismo resultado en sus mediciones debido a que parten de un punto de vista determinado, esto se debe a que ignoran la variación aleatoria. Los segundos son aquellos que predicen la distribución de los posibles resultados ya que son de naturaleza más estadística.

Cuando se define a un modelo matemático es necesario comprender que el mismo se conforma por la interrelación de fórmulas, letras y números que al combinarlos se alcanza una expresión eficiente, capaz de describir y relacionar aquellos parámetros o valores donde sea necesaria su utilización.

Según Roldán (2019) muchos de estos tipos de modelos matemáticos también se pueden clasificar según la información que representa:

- De acuerdo a la información utilizada
 - Heurístico: Basado en posibles explicaciones sobre las causas de los fenómenos observados.
 - Empírico: Utiliza la información de la experimentación real.
- Por tipo de representación
 - Cualitativos o conceptuales: Se refieren a un análisis de la calidad o la tendencia de un fenómeno sin calcular un valor exacto.
 - Cuantitativos o numérico: Los resultados obtenidos tienen un valor concreto que tiene un cierto significado (puede ser exacto o relativo).
- Según la aleatoriedad
 - Determinista: No hay incertidumbre, se conocen los valores.
 - Estocástico: No se conoce con exactitud el valor de las variables en todo momento. Existe incertidumbre y por ende una distribución de probabilidad de los resultados.

- En función de su aplicación u objetivo
 - Simulación o descriptivo: Simula o describe un fenómeno. Los resultados se enfocan a predecir qué sucederá una determinada situación.
 - Optimización: Se utilizan para encontrar una solución óptima a un problema.
 - De control: Para mantener el control de una organización o sistema y determinar las variables que deben ajustarse para obtener los resultados buscados.

La selección del modelo matemático no puede proceder sin que se definan previamente sus criterios estadísticos de selección. Telles *et al.*, 2018 han referencia que la selección del mejor modelo se realiza a partir de la bondad de ajuste, medida con la suma de cuadrados del error (SCE), la raíz del error medio cuadrático (REMC), el coeficiente de determinación ajustado por el número de parámetros del modelo (R^2_{adj}), y la significancia de los parámetros.

Empleo de los modelos matemáticos en las ciencias agropecuarias

En las ciencias agropecuarias se han empleado diferentes modelos para predecir el comportamiento de diversas investigaciones por la utilidad que ellos propician. Rodríguez *et al.*, (2018) realizaron un compendio de estudios donde utilizaron los modelos estadísticos matemáticos en las ciencias agropecuarias y encontraron en algunos de ellos, modelos que comparan la respuesta al medir la dosis de nitrógeno en maíz y cafeto. Con los resultados obtenidos de la modelación pudieron recomendar la dosis óptima de fertilizantes nitrogenados para estos cultivos.

Telles *et al.*, (2018) llevan a cabo un estudio para predecir el volumen fustal de *Tectona grandis* L. f. en una plantación de 11 años de edad en Nuevo Urecho, Michoacán, en el que después de ajustar seis modelos de volumen fustal a través de los criterios de selección de bondad de ajuste, el modelo de Meyer fue el apropiado para predecir con mayor precisión el volumen fustal en función del diámetro normal (d) y la altura total (AT) de *T. grandis* en plantaciones con condiciones físicas y biológicas similares a las del sitio de este estudio.

Sobalvarro *et al.*, (2019) consiguen aplicar modelos matemáticos con el propósito de determinar el comportamiento de la producción de gas *in vitro* a partir de concentrados de pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*), ryegrass (*Lolium perenne*), morera (*Morus alba*), ensilado de maíz (*Zea mays*) y alimento concentrado incubado con licor ruminal para estimar la energía neta de lactancia en bovinos.

Duran *et al.*, (2022) reflejan en su artículo el uso de modelos de simulación aplicados a la fitosanidad en especial en cultivos asociados a plagas y enfermedades demostrando

que estos van en forma creciente con el paso del tiempo puesto que se relacionan las variables: elementos del clima, el crecimiento y desarrollo del cultivo, así como el comportamiento de las plagas y enfermedades, coincidiendo que son temas en los que la modelación desempeña un avance significativo en la muestra de resultados.

Modelos estadísticos con mayor aplicación para describir la cinética de producción de gas *in vitro*

En las últimas décadas se ha hecho frecuente el empleo de los modelos no lineales para describir el comportamiento de la cinética de producción de gas *in vitro*, entre los que se encuentran con mayor aplicación el Logístico, Gompertz entre otros. Sin embargo, en la actualidad se ha demostrado que su aplicación no es la más adecuada cuando se realizan mediciones sobre la misma unidad experimental, por lo que se hace necesario la búsqueda de otros modelos para su mejor interpretación. Según García et al., (2022) un problema frecuente al modelar este tipo de datos es que los residuos se correlacionan entre sí, siendo una de las principales causas en la producción de gas *in vitro* pues se realizan mediciones en el tiempo sobre la misma unidad experimental, por lo que se genera una estructura de varianzas específica.

Ante esta situación, los Modelos no lineales mixtos (MNLM) constituyen una alternativa de análisis. Con ellos se puede modelar la estructura de correlación, de forma directa o mediante variables aleatorias. Otras de las bondades del enfoque mixto es que no requiere que la distribución de los datos sea normal, ayudan a controlar la heterogeneidad, mejoran los criterios de ajuste estadístico y tienen efectos positivos en el análisis de MNLM, ajustados a datos longitudinales según Gómez y Agüero en 2020.

Bandera y Pérez (2018) señalan que los modelos mixtos cobran valor en el ámbito agropecuario porque se aplican en el análisis de datos longitudinales, ensayos multi-ambientes y curvas de crecimiento. Además, Gómez et al., (2019) plantean que es común el uso de los modelos lineales con enfoque mixto en el análisis de varianza de los experimentos de producción de gas *in vitro* con medidas repetidas.

Torres et al., (2018) emplearon el modelo de Gompertz para evaluar la producción de gas y la degradabilidad *in vitro* de la inclusión de hojas de encino blanco (*Quercus spp*) en dietas de becerros en corral de engorde. Obtienen resultados significativos para disminuir la producción *in vitro* de nitrógeno amoniacal al incluir las hojas de encino, así como la tasa constante de producción de gas y de metano.

Sequen (2022) llevó a cabo un estudio para determinar la desaparición ruminal *in vitro* de la fracción soluble de hoja de morera (*Morus alba*), donde empleó el modelo exponencial para conseguir la producción de gas hasta las 24 horas de incubación. Este mismo autor, realizó una

segunda modelación para conocer la degradación de la materia seca de la fracción soluble de heno de morera, y fue el modelo de Gompertz el que mejor describió la degradación de las porciones fácilmente degradables.

Según da Silva et al., (2021), los modelos matemáticos se emplean para describir fenómenos biológicos, y en nutrición animal se usan para ajustar la producción de gas *in vitro*. Autores como Morales (2023) utilizó el modelo Gompertz para evaluar la producción de biogás y metano en muestras de vainas de algarrobo (*Samanea saman* (Jacq.) Merr.) y parota (*Enterolobium cyclocarpum* (Jacq) Griseb.) como complemento de alimentos en bovinos.

García et al., (2022) evaluó modelos clásicos (Gompertz y Logístico) y alternativos con la adición de una función trigonométrica a estos modelos, para describir la cinética de producción de gas *in vitro* de alimentos para rumiantes. La autora encontró que los modelos extendidos tuvieron un adecuado ajuste y cumplimiento de los supuestos, siendo el Gompertz extendido el más integral para describir dicha cinética.

Conclusiones

1. Los modelos lineales mixtos son herramientas básicas para llevar a cabo la aplicación de la modelación en diferentes investigaciones.
2. Los modelos matemáticos tienen una fuerte influencia en la esfera agropecuaria, su empleo en investigaciones sobre producciones de gas *in vitro* facilita la identificación y descripción de la cinética de la producción.
3. Modelos matemáticos Gompertz y Logístico son los que describen con detalle la cinética de producción de gas *in vitro* cuando se están evaluando experimentos con animales (principalmente rumiantes) y en pastos. Siendo una alternativa eficaz por su uso para la interpretación de los resultados.

Referencias bibliográficas

- Altamirano, M., Rapelli, C. M., y Catalano, M. (2022). Técnicas gráficas de diagnóstico para los modelos lineales mixtos.
- Bandera, E., y Pérez, L. (2018). Los modelos lineales generalizados mixtos. Su aplicación en el mejoramiento de plantas. Rev. Cultivos Tropicales, 39(1):127-133. Ministerio de Educación Superior. Cuba.
- Blümmel, M. y Becker, K. (1997). "The degradability characteristics of fifty-four roughages and roughage neutral-detergent fibers as described by *in vitro* gas production and their relationship to voluntary feed intake". British Journal of Nutrition, 77(5): 757-768, ISSN: 1475-2662, 0007-145, <https://doi.org/10.1079/BJN19970073>

- Blümmel, M., Cone, J. W., Van, A. H., Nshalai, I., Umunna, N. N., Makkar, H. P. S. y Becker, K. (2005). "Prediction of forage intake using *in vitro* gas production methods: Comparison of multiphase fermentation kinetics measured in an automated gas test, and combined gas volume and substrate degradability measurements in a manual syringe system". *Animal Feed Science and Technology*, 123-124(Part 1): 517-526, ISSN: 0377-8401, <https://doi.org/10.1016/j.anifeedsci.2005.04.040>
- Blümmel, M., Steinga, H. y Becker, K. (1997). "The relationship between *in vitro* gas production, *in vitro* microbial biomass yield and 15N incorporation and its implications for the prediction of voluntary feed intake of roughages". *British Journal of Nutrition*, 77(6): 911-921, ISSN: 1475-2662, 0007-1145, <https://doi.org/10.1079/BJN19970089>
- da Silva, C.Z., Ítavo, L. C.V., Ítavo, C. C.B. F., dos Santos, G. T., Dias, A.M., dos Santos, G., y Gurgel, A. L. C. (2021). Kinetics of *in vitro* gas production and fitting mathematical models of corn silage. *Fermentation*, 7(4), 298
- Duran, E., Acuayte, E., Acuayte, M. C., Hernández, J. C. y López, I. L. (2022). La modelación y simulación matemáticas: una herramienta para la protección de cultivos. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 13(6), 1129-1140. Disponible en: <https://doi.org/10.29312/remexca.v13i6.2922>
- García, Y., Herrera, M., Rodríguez, R., y Ontivero, Y. (2022). Evaluation of non-linear and mixed non-linear models to describe *in vitro* gas production kinetics of ruminant feeds. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 56(1).
- Gómez, S., Torres, V., García, Y., Herrera, M., Medina, Y. y Rodríguez, R. (2019). "Procedimiento estadístico para el análisis de experimentos con medidas repetidas en el tiempo en la esfera agropecuaria". *Cuba. J. Agric. Sci.* 53(4): 353-360, ISSN: 2079-3480.
- Morales, A. F. (2022). Estudio comparativo de los métodos de diagnóstico para modelos lineales mixtos y modelos lineales generalizados. Tesis de Maestría. Colombia
- Morales, B. K. (2023). Evaluación de dos vainas de leguminosas arbóreas como estrategia en la producción bovina tropical. (Tesis de Maestría). Guerrero, México.
- Navarrete, O. V. (2015). Análisis comparativo de modelos de respuesta al ítem explicativo. Tesis de Maestría. Guayaquil, Ecuador. <https://www.dspace.espol.edu.ec/retrieve/b7635b72-2604-404a-afdb-169ccfbba9e8/D-CD71899.pdf>
- Rodríguez, O., Florido, R y Varela, M. 2018. Aplicaciones de la modelación matemática y la simulación de cultivos agrícolas en Cuba. *Rev Cultivos Tropicales*, 39(1):121-126.
- Rodríguez, R., Galindo, J. L., Iraola, J., y Gómez, S. (2017). Uso de la técnica de producción de gas para predecir la relación entre el nivel de consumo e indicadores de la fermentación ruminal *in vitro*. *Cuban J. Agric. Sci.* [online]. 51(3):301-310. ISSN 2079-3480. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_art-text&pid=S2079-34802017000300003&lng=es&nrm=iso
- Rodríguez, R., Ontivero, Y., García, Y., Sosa, D. y Gómez, S. (2020). Empleo del tubérculo de boniato (*Ipomoea batatas* L.) y la cepa *Lactobacillus pentosus* LB-31 como aditivos a ensilajes mixtos para rumiantes. *Livestock Research for Rural Development*. 32(117), ISSN: 0121-3784, DOI: <http://www.lrrd.org/lrrd32/7/rodr32117.html>
- Roldán, P.N. (2019). Modelo matemático: Qué es, para qué sirve y tipos. *Economipedia.com* Disponible en: <https://economipedia.com/definiciones/modelo-matematico.html>
- Sequen, C. E. (2022). Determinación de la desaparición ruminal *in vitro* de la fracción soluble de hoja de morera (*Morus alba*) (Doctoral dissertation, Universidad de San Carlos de Guatemala)
- Sobalvarro, J. L., Elizondo, J. A. y Rojas, A. (2019). La producción de gas *in vitro* para estimar la energía neta de lactancia. *Rev AAgronomía Mesoamericana*, 31(2):311-328. Costa Rica. <https://doi.org/10.15517/am.v3li2.38497>
- Telles, R., Gómez, M., Alanís, E., Aguirre, O. A y Jiménez, J. (2018). Selection and adjustment of mathematical models to predict the stem volume of *Tectona grandis* L. f. in Nuevo Urecho, Michoacan, Mexico. *Rev Madera y Bosques*, 24(3). <https://doi.org/10.21829/myb.2018.2431544>
- Trilleras, M. (2022). Implementación de modelos lineales mixtos flexibles a datos de crecimiento craneofacial en la cohorte CESLPH-Damasco. Tesis de Maestría. Medellín, Colombia