

Modelación estadístico-matemática para describir la producción de biomasa de la *Tithonia diversifolia*

Statistical-mathematical modeling to describe biomass production of *Tithonia diversifolia*

Lic. Yolaine Medina Mesa

Dra. C. Magaly Herrera Villafranca

Dr. C. Tomás Elías Ruiz Vázquez

Instituto de Ciencia Animal

Autor para correspondencia: yoly@ica.co.cu, mvillafranca@ica.co.cu, teruizv@ica.co.cu

Resumen

La presente investigación tiene como objetivo profundizar sobre los referentes teóricos relacionados con la modelación estadístico-matemática en la producción de biomasa de la *Tithonia diversifolia*, como alternativa de alimentación para la producción animal. Entre las principales temáticas se abordan los conceptos relacionados con la modelación, ventajas y desventajas, así como los tipos principales de modelos que se pueden utilizar para describir el crecimiento. Se dan a conocer diferentes criterios estadísticos para la selección de los modelos de mejor ajuste. También se muestran estudios sobre las aplicaciones de la modelación matemática para el desarrollo de pastos y forrajes en Cuba. Esta herramienta de análisis permite dar respuesta a problemas vigentes de investigación en el sector agropecuario y otras ciencias afines. Su empleo requiere de menos tiempo para la experimentación, además constituyen una herramienta útil, eficiente y económica. Su aplicación permite establecer proyecciones futuras de los resultados productivos, por lo que se propone para estimar la producción de biomasa de la *Tithonia diversifolia*. Se identifica esta planta como alternativa de alimentación para la producción animal con el fin de reemplazar y reducir la dependencia de alimentos concentrados con alto costo en el mercado.

Palabras clave: criterios estadísticos, producción animal, sistemas de alimentación, pastos y forrajes.

Abstract

This research aims to delve into the theoretical references related to statistical-mathematical modeling in biomass production of *Tithonia diversifolia*, as an alternative feed for animal production. Among the main topics are the concepts related to modeling, advantages and disadvantages, as well as the main types of models that can be used to describe growth. Different statistical criteria for the selection of the

best fit models are disclosed. Studies on the applications of mathematical modeling for the development of pastures and forages in Cuba are also shown. This analysis tool allows us to respond to current research problems in the agricultural sector and other related sciences. Their use requires less time for experimentation, and they are also a useful, efficient and economical tool. Its application allows establishing future projections of the productive results, for which it is proposed to estimate the biomass production of *Tithonia diversifolia*. This plant is identified as a feed alternative for animal production in order to replace and reduce dependence on high-cost concentrated feed in the market.

Keywords: statistical criteria, animal production, feeding systems, pastures and forages.

Recibido: 10 de julio de 2022

Aprobado: 15 de septiembre de 2022

Introducción

En la actualidad, la modelación es un instrumento muy común en el estudio de sistemas y el avance acelerado de las técnicas de computación han permitido su desarrollo (Torres y Ortiz, 2005). Los modelos matemáticos se utilizan en diferentes ramas del conocimiento por la posibilidad de expresar matemáticamente las relaciones entre los fenómenos (Jay, 2012). La aplicación de la modelación estadístico-matemática a través de métodos estadísticos descriptivos e inferenciales, constituye una importante herramienta para la solución de problemas que pueden presentarse en las investigaciones en las diferentes áreas del conocimiento (Vázquez, Guerra y Sánchez, 2011; Chávez *et al.*, 2013).

En los estudios agropecuarios se emplean con frecuencia con el fin de buscar relaciones entre dos o más variables. En Cuba, esta técnica fue previamente utilizada en la rama animal (Torres *et al.*, 2001). Sin embargo, en las investigaciones con plantas, específicamente en la evaluación de pastos, los trabajos fueron desarrollados con posterioridad.

Fernández *et al.*, (2019) refieren que el

Introduction

Currently, modeling is a very common instrument in the study of systems and the accelerated progress of computing techniques has allowed its development (Torres and Ortiz, 2005). Mathematical models are used in different branches of knowledge due to the possibility of mathematically expressing the relationships between phenomena (Jay, 2012). The application of statistical-mathematical modeling through descriptive and inferential statistical methods constitutes an important tool for solving problems that may arise in research in different areas of knowledge (Vázquez, Guerra and Sánchez, 2011; Chávez *et al.*, 2013).

In agricultural studies they are frequently used in order to look for relationships between two or more variables. In Cuba, this technique was previously used in the animal branch (Torres *et al.*, 2001). However, in research with plants, specifically in the evaluation of pastures, the works were developed later.

Fernández *et al.*, (2019) refer that the study

estudio de la dinámica de los procesos agrarios ha estado acompañado de expresiones algebraicas, pero debido a que son sistemas muy complejos por naturaleza, al principio no pudieron resolverse mediante los métodos tradicionales de análisis matemático. En la práctica, estos fenómenos han evolucionado y, en muchos casos, se representaron a través de modelos estadísticos-matemáticos, que permiten describir procesos, realizar análisis cuantitativos detallados, predecir el comportamiento de los objetos en diferentes condiciones y desarrollar técnicas que permitan establecer estrategias de trabajo para lograr soluciones y producciones óptimas.

Por otra parte, Ortega (2000) informa que la Matemática Aplicada en las ciencias agropecuarias permite brindar criterios y herramientas básicas para manejar e interpretar cada vez mejor la actividad agrícola, satisfacer las demandas de nuevas tecnologías para producir en mercados globales altamente competitivos resguardando los recursos naturales y tomar decisiones a mediano y largo plazo en condiciones similares de experimentación.

Fernández y Guerra (2005) y Torres y Cobo (2015) refieren que en las Ciencias Agropecuarias el uso de la modelación matemática es indispensable para describir procesos biológicos y productivos, manteniéndose un reto constante por parte de los estudiantes, profesores e investigadores de apropiarse de estas herramientas, y utilizarlas adecuadamente. El empleo de las mismas ha permitido obtener resultados relevantes en las investigaciones científicas, principalmente en aquellas que se relacionan con la producción de pastos y forrajes.

Debido a la gran diversidad de árboles y arbustos forrajeros, el estudio de especies

of the dynamics of agrarian processes has been accompanied by algebraic expressions, but because they are very complex systems by nature, at first they could not be solved using traditional methods of mathematical analysis. In practice, these phenomena have evolved and, in many cases, were represented through statistical-mathematical models, which allow processes to be described, detailed quantitative analysis to be carried out, object behavior to be predicted under different conditions, and techniques to be developed to establish strategies. of work to achieve optimal solutions and productions.

On the other hand, Ortega (2000) reports that Applied Mathematics in agricultural sciences allows providing basic criteria and tools to manage and interpret agricultural activity better and better, meet the demands of new technologies to produce in highly competitive global markets while safeguarding resources. and make decisions in the medium and long term in similar experimental conditions.

Fernández and Guerra (2005) and Torres and Cobo (2015) refer that in Agricultural Sciences the use of mathematical modeling is essential to describe biological and productive processes, maintaining a constant challenge on the part of students, teachers and researchers to appropriate these tools, and use them properly. The use of them has allowed obtaining relevant results in scientific research, mainly in those related to the production of pastures and forages.

Due to the great diversity of forage trees and shrubs, the study of promising species for specific agroecological environments and

promisorias para entornos agroecológicos específicos y sistemas productivos pecuarios es una necesidad, ya sea en función de la productividad de biomasa o del valor nutritivo. Según Sarria (2003) esta estrategia permite acercarse a los sistemas agropecuarios sostenibles, ofreciendo ventajas como el incremento de la cobertura vegetal, protección y mejoramiento de la calidad de los suelos, aumento de la diversidad biológica, recuperación y conservación de fuentes de agua, sumideros de dióxido de carbono (CO₂), producción de leña y fuente de alimento para rumiantes y monogástricos, e incluso para el hombre.

González, Hahn von y Narváez (2014) señalan que el empleo de estas plantas en la dieta de diferentes especies de animales es una de las opciones para la producción eficiente y rentable cuando se trata de sistemas agropecuarios. Estas aportan una importante cantidad de nutrientes a los suelos, que ayuda a su recuperación y a un mayor rendimiento en cultivos adyacentes, lo que mejora la economía de los productores.

En Cuba, la producción de pastos y forrajes constituye una fuente de alimentación fundamental para el ganado con vistas a incrementar la producción de leche y carne. Los retos actuales de la ganadería la comprometen con sistemas cerrados que se sustenten en la producción forrajera con altas producciones de biomasa, combinados con un alto valor nutricional que se traduzca en sistemas productivos sostenibles, en términos económicos, ecológicos y sociales, donde es fundamental el estudio de los forrajes arbustivos (Morales, Vivas y Teran, 2016).

Por otra parte, los costos de las materias primas para la alimentación en la producción pecuaria están dados en gran medida por su alto valor, es allí donde los forrajes, como la *Tithonia diversifolia* o "botón de oro", se

livestock production systems is a necessity, either in terms of biomass productivity or nutritional value. According to Sarria (2003), this strategy makes it possible to approach sustainable agricultural systems, offering advantages such as increased plant cover, protection and improvement of soil quality, increased biological diversity, recovery and conservation of water sources, sinks of carbon dioxide (CO₂), firewood production and food source for ruminants and monogastrics, and even for man.

González, Hahn von and Narváez (2014) point out that the use of these plants in the diet of different animal species is one of the options for efficient and profitable production when it comes to agricultural systems. These provide a significant amount of nutrients to the soil, which helps its recovery and a higher yield in adjacent crops, which improves the economy of the producers.

In Cuba, the production of pastures and fodder constitutes a fundamental source of food for cattle with a view to increasing milk and meat production. The current challenges of livestock farming compromise it with closed systems that are sustained by forage production with high biomass production, combined with a high nutritional value that translates into sustainable production systems, in economic, ecological and social terms, where the study of shrub forages (Morales, Vivas and Teran, 2016).

On the other hand, the costs of raw materials for feeding in livestock production are given largely by their high value, it is there where forages, such as *Tithonia diversifolia* or "gold button", are outlined as an alternative

perfilan como alternativa que se puede emplear para la producción en la búsqueda de reemplazar y reducir la dependencia de alimentos concentrados con alto costo en el mercado. Además, la inclusión de esta planta en la alimentación de rumiantes permite mitigar las emisiones de metano a la atmósfera procedente de la fermentación ruminal, lo que contribuye a reducir el impacto que este gas ejerce como efecto invernadero (Ruiz *et al.*, 2014).

Esta planta herbácea de la familia Asterácea, originaria de Centro América (Nash, 1976 y Murgueitio, 2005) constituye una alternativa para la suplementación en la alimentación de diferentes especies de animales. Es parte de la flora cubana y ha sido naturalizada con el nombre común de Margaritona. Tiene un amplio rango de adaptación, tolera condiciones de acidez y baja fertilidad en el suelo. Es además, una especie con buena capacidad de producción de biomasa, rápido crecimiento y baja demanda de insumos y manejo para su cultivo. Presenta características nutricionales importantes para su consideración como especie con potencial en alimentación animal (Ríos, 1997; Mahecha y Rosales, 2005 y Botero, Gómez y Botero, 2019).

Sin embargo, son escasas las investigaciones que emplean los modelos estadísticos - matemáticos para determinar el aprovechamiento óptimo de utilización de esta planta relacionada directamente con la oferta de biomasa, el aporte de nutrientes, así como su desarrollo y período de recuperación. El estudio para conocer su máximo potencial productivo en la alimentación de cerdos, aves, conejos, peces, bovinos, entre otros, resulta novedoso.

A partir de lo expuesto con anterioridad la presente investigación tiene como objetivo profundizar en los referentes teóricos

that is can be used for production in the search to replace and reduce dependence on high-cost concentrated feed in the market. In addition, the inclusion of this plant in ruminant feed allows mitigating methane emissions into the atmosphere from ruminal fermentation, which helps reduce the impact that this gas exerts as a greenhouse effect (Ruiz *et al.*, 2014).

This herbaceous plant of the Asteraceae family, native to Central America (Nash, 1976 and Murgueitio, 2005) constitutes an alternative for supplementation in the feeding of different species of animals. It is part of the Cuban flora and has been naturalized with the common name of Margaritona. It has a wide range of adaptation, tolerates acidic conditions and low fertility in the soil. It is also a species with good biomass production capacity, rapid growth and low demand for inputs and management for its cultivation. It presents important nutritional characteristics for its consideration as a species with potential in animal feed (Ríos, 1997; Mahecha and Rosales, 2005 and Botero, Gómez and Botero, 2019).

However, there are few investigations that use statistical-mathematical models to determine the optimal use of this plant directly related to the supply of biomass, the supply of nutrients, as well as its development and recovery period. The study to find out its maximum productive potential in the feeding of pigs, poultry, rabbits, fish, cattle, among others, is novel.

Based on the above, this research aims to delve into the theoretical references related to statistical-mathematical modeling in

relacionados con la modelación estadístico-matemática en la producción de biomasa de la *Tithonia diversifolia*, como alternativa para la alimentación animal.

Desarrollo

1. Definición de modelo

Según Candelaria *et al.*, (2011) un modelo es la representación simplificada de un sistema, donde se describen las variables dependientes e independientes de interés, características y restricciones mediante símbolos, diagramas y ecuaciones. Bocco (2010) plantea además que es una representación gráfica, esquemática o analítica de una realidad, que sirve para organizar y comunicar de forma clara los elementos que la conforman y sus relaciones. Los modelos son un recurso no solo para entender, explicar o describir un fenómeno, sino también para monitorear y controlar las variables que nos lleven a un final deseado (Pérez *et al.*, 2017).

Budimulyati *et al.*, (2012) definieron al modelo como la expresión de un conjunto complejo de elementos funcionales directa o indirectamente relacionados entre sí de manera causal. Sin embargo, Martínez (2005) refiere que son abstracciones de la realidad que pueden ser aplicados para mejorar nuestra comprensión de fenómenos en el mundo. En diversas áreas de aplicación, como la economía, ingeniería, biología, sociología y medicina, surge el problema de establecer una relación funcional entre las diferentes variables que intervienen en el fenómeno que se está estudiando.

Por tanto, un modelo es la representación de un proceso. Si en un fenómeno biológico se

biomass production of *Tithonia diversifolia*, as an alternative for animal feed.

Development

1. Model definition

According to Candelaria *et al.*, (2011) a model is the simplified representation of a system, where the dependent and independent variables of interest, characteristics and restrictions are described by means of symbols, diagrams and equations. Bocco (2010) also states that it is a graphic, schematic or analytical representation of a reality, which serves to organize and clearly communicate the elements that make it up and their relationships. Models are a resource not only to understand, explain or describe a phenomenon, but also to monitor and control the variables that lead us to a desired end (Pérez *et al.*, 2017).

Budimulyati *et al.*, (2012) defined the model as the expression of a complex set of functional elements directly or indirectly related to each other in a causal way. However, Martínez (2005) refers that they are abstractions of reality that can be applied to improve our understanding of phenomena in the world. In various areas of application, such as economics, engineering, biology, sociology and medicine, the problem of establishing a functional relationship between the different variables that intervene in the phenomenon that is being studied arises.

Therefore, a model is the representation of a process. If the internal processes and the relationships between them are known in a

conocen los procesos internos y las relaciones entre ellos, entonces es posible conocer las ecuaciones (que dependerán de si el modelo es discreto o continuo) que lo describan y a las que llamaremos un modelo matemático del fenómeno biológico.

1.1 Modelos matemáticos

En muchas ocasiones es de gran interés no sólo representar la situación sino el conocimiento de lo que ocurrirá en las mismas, cuando las variables involucradas evolucionen. Aquellas representaciones en las que se explicitan las relaciones entre las variables mediante fórmulas, ecuaciones y uso de números en general se denominan modelos matemáticos (Bocco, 2010).

Según Fredrickson *et al.*, (1970) los modelos matemáticos son una herramienta de gran utilidad para reducir la cantidad de ensayos experimentales en el diseño u optimización de un proceso. De esta forma, brindan un acercamiento más conciso sobre el proceso o sistema, lo que puede dar una guía al diseño de experimentos que conduzca a aislar los parámetros más importantes para comprender la naturaleza del sistema, con el fin de estimar los parámetros más acertados que arrojen modelos de mayor confiabilidad.

Sin embargo, Velasco (2006) plantea que un modelo matemático se encuentra determinado y definido por el problema biológico que se quiere resolver, la pregunta biológica que se quiere contestar. No es simplemente un conjunto de ecuaciones sino un proceso mediante el cual se define una estrategia de solución de un problema en particular. Para Calderón (2017), los modelos matemáticos son hipótesis existentes entre las relaciones matemáticas de las variables medibles y no

biological phenomenon, then it is possible to know the equations (which will depend on whether the model is discrete or continuous) that describe it and which we will call a mathematical model of the biological phenomenon.

1.1 Mathematical models

On many occasions it is of great interest not only to represent the situation but also to know what will happen in it when the variables involved evolve. Those representations in which the relationships between variables are made explicit through formulas, equations and the use of numbers in general are called mathematical models (Bocco, 2010).

According to Fredrickson *et al.*, (1970) mathematical models are a very useful tool to reduce the number of experimental tests in the design or optimization of a process. In this way, they provide a more concise approach to the process or system, which can give a guide to the design of experiments that leads to isolating the most important parameters to understand the nature of the system, in order to estimate the most accurate parameters that produce more reliable models.

However, Velasco (2006) states that a mathematical model is determined and defined by the biological problem to be solved, the biological question to be answered. It is not simply a set of equations but a process by which a solution strategy for a particular problem is defined. For Calderón (2017), mathematical models are existing hypotheses between the mathematical relationships of measurable and non-measurable variables in systems, processes or experimentation.

medibles en sistemas, procesos o experimentación.

En sentido general, un modelo matemático resulta una alternativa que permite apoyar diferentes investigaciones en la toma de decisiones, la relación entre variables muestra una representación simplificada de las posibles relaciones de un sistema biológico a partir de ecuaciones, funciones o fórmulas matemáticas.

1.1.1 Ventajas de la aplicación de un modelo matemático

Narro (1996) informa que un modelo permite la utilización de los instrumentos matemáticos ya desarrollados en la consecución de una solución y proporciona una manera sistemática, explícita y eficiente de encontrarla. Asimismo evalúa distintas soluciones factibles y toma la mejor decisión. También es útil para predecir el comportamiento de una situación representada frente a diferentes alternativas o en diferentes momentos.

Para Oliveira, Barbosa y Pereira (2000) la principal ventaja del uso de modelos es condensar una gran cantidad de datos en un número reducido de parámetros (tres o cuatro dependiendo del modelo) que tienen una interpretación biológica y que aportan información relevante para el análisis, interpretación, comprensión y proyección de las curvas en el tiempo.

El empleo de un modelo matemático requiere de menos tiempo para la experimentación y es menos costosa. Por otra parte, permite la identificación rápida de los resultados esperados y reduce los riesgos asociados

In a general sense, a mathematical model is an alternative that allows supporting different investigations in decision making, the relationship between variables shows a simplified representation of the possible relationships of a biological system from equations, functions or mathematical formulas.

1.1.1 Advantages of applying a mathematical model

Narro (1996) reports that a model allows the use of mathematical tools already developed in reaching a solution and provides a systematic, explicit and efficient way to find it. He also evaluates different feasible solutions and makes the best decision. It is also useful for predicting the behavior of a represented situation against different alternatives or at different times.

For Oliveira, Barbosa and Pereira (2000), the main advantage of using models is to condense a large amount of data into a reduced number of parameters (three or four depending on the model) that have a biological interpretation and that provide relevant information for the analysis., interpretation, understanding and projection of the curves in time.

The use of a mathematical model requires less time for experimentation and is less expensive. On the other hand, it allows the rapid identification of the expected results and reduces the associated risks during the investigation process.

durante el proceso de investigación.

1.1.2 Modelos matemáticos que se emplean para la descripción de procesos biológicos. Clasificación.

Existen diferentes tipos de modelos, en función de la finalidad para la cual se crean o diseñan. Sus clasificaciones son variadas, y buscan dar una idea de sus características esenciales; pueden ser en base a su dimensión, función, propósito y grado de abstracción (Candelaria *et al.*, 2011).

Quinteros *et al.*, (2006) refieren que los modelos tienen las capacidades de representar la dinámica y control de los componentes e interacciones del sistema, de esta manera se clasifican en:

- ❖ Estáticos: cuando se representa un sistema en un solo instante de tiempo en particular, donde este último no es importante, por ejemplo, simulación Montecarlo.
- ❖ Dinámicos: representan sistemas en los que las variables son funciones del tiempo, y permiten predecir su desarrollo en un período dado; estos modelos son de gran utilidad para representar procesos biológicos.
- ❖ Determinísticos: no consideran la variación estocástica, comparan de manera probabilística, los datos de entrada y las relaciones existentes en el sistema que se especifican al inicio, es decir, no influye el azar en los resultados.
- ❖ Estocásticos: la modelación se realiza considerando que al menos una de las variables que definen el comportamiento del sistema sea aleatoria, y entonces el resultado

1.1.2 Mathematical models used for the description of biological processes. Classification.

There are different types of models, depending on the purpose for which they are created or designed. Their classifications are varied, and seek to give an idea of their essential characteristics; they can be based on their dimension, function, purpose and degree of abstraction (Candelaria *et al.*, 2011)

Quinteros *et al.*, (2006) refer that the models have the capacity to represent the dynamics and control of the components and interactions of the system, in this way they are classified as:

- ❖ Static: when a system is represented at a single instant of time in particular, where the latter is not important, for example, Monte Carlo simulation.
- ❖ Dynamic: they represent systems in which the variables are functions of time, and allow their development to be predicted in a given period; These models are very useful to represent biological processes.
- ❖ Deterministic: they do not consider the stochastic variation, they compare in a probabilistic way, the input data and the existing relationships in the system that are specified at the beginning, that is, chance does not influence the results.
- ❖ Stochastics: the modeling is carried out considering that at least one of the variables that define the behavior of the system is random, and then the result is at least variable.

es al menos variable.

Otros de los criterios de clasificación de los modelos, es según su grado de aplicación descritos por Torres y Ortiz (2005):

- ❖ Modelo empírico: Describe una situación por observación y experimentación (Modelos lineales de Análisis de Varianza y de Regresión, que son en esencia modelos estadísticos).
- ❖ Modelo teórico: Describe y explica una situación por observación y experimentación. Ejemplo: los trabajos de Ruíz de Zaráte (1996) y Jiménez (1997) que modelan el crecimiento bacteriano y el ordeño mecánico en vacas lecheras, mediante el uso de ecuaciones diferenciales.
- ❖ Modelo de simulación: Herramienta valiosa en el análisis, diseño y operación de sistemas y procesos complejos, utilizada por numerosos autores. Se considera que, por su alcance, estos modelos son los que, pueden interactuar con el resto aunque con las complejidades de la investigación científica actual, pueden encontrarse combinaciones de diferentes.
- ❖ Modelo dinámico: Contiene la variable tiempo. Ejemplos: modelos utilizados en el crecimiento de especies de plantas y animales, curvas de lactancias del nuevo genotipo Siboney de Cuba de Fernández, Guerra y Del Pozo (2000) y Fernández *et al.*, (2001) y modelos de serie de tiempo.
- ❖ Modelo estocástico: Tiene asociada distribuciones de probabilidad. Ejemplos: modelos autorregresivos de series de tiempo, cadenas de Markov y modelos que describen la disposición espacial de plagas (Cabrera, Guerra y Nico, 1999).

Other criteria for classifying the models is according to their degree of application described by Torres and Ortiz (2005):

- ❖ Empirical model: Describes a situation by observation and experimentation (Linear Analysis of Variance and Regression Models, which are essentially statistical models).
- ❖ Theoretical model: Describes and explains a situation by observation and experimentation. Example: the works of Ruíz de Zaráte (1996) and Jiménez (1997) that model bacterial growth and mechanical milking in dairy cows, through the use of differential equations.
- ❖ Simulation model: Valuable tool in the analysis, design and operation of complex systems and processes, used by numerous authors. It is considered that, due to their scope, these models are the ones that can interact with the rest, although with the complexities of current scientific research, combinations of different ones can be found.
- ❖ Dynamic model: Contains the time variable. Examples: models used in the growth of plant and animal species, lactation curves of the new Siboney de Cuba genotype by Fernández, Guerra and Del Pozo (2000) and Fernández *et al.*, (2001) and time series models.
- ❖ Stochastic model: It has associated probability distributions. Examples: autoregressive models of time series, Markov chains and models that describe the spatial arrangement of pests (Cabrera, Guerra and Nico, 1999).

Según Castro y Hétier (2015) en la agronomía se utilizan modelos matemáticos que se pueden categorizar en dos clases: los modelos solamente predictivos o empíricos y los modelos causales o mecanísticos. Los primeros son descriptivos, se derivan de datos observados sin involucrar procesos fisiológicos y tienen escasa capacidad explicativa (Villegas *et al.*, 2004). Se expresan generalmente como ecuaciones de regresión (con uno o varios factores) y se utilizan para estimar la producción final. Ejemplos de tales modelos incluyen la respuesta de la producción a la aplicación de fertilizantes, la relación entre el área y la cantidad de hojas de una planta dada, entre la altura y número de tallos, su diámetro y la producción final de caña de azúcar (Gálvez, 2008).

Villegas *et al.*, (2004) señala que los modelos mecanicistas poseen capacidad explicativa de la fisiología del cultivo, estos consideran aspectos como la temperatura, la radiación fotosintética activa, el índice de área foliar, la fotosíntesis, la respiración y la eficiencia en el uso de la radiación.

A modo de resumen existen diferentes clasificaciones sobre los modelos que describen procesos biológicos y físicos que ocurren en un determinado sistema a través del tiempo. Esta herramienta matemática resulta novedosa, pues evalúa los sistemas de producción de manera más completa y adaptable a diferentes condiciones, y permite integrar todos los procesos como variables.

2. Modelación matemática

Guevara (2007) plantea que la modelación comenzó a tener importancia en agronomía y en otras áreas biológicas, dada su capacidad de suministrar información en un enfoque

According to Castro and Hétier (2015), mathematical models are used in agronomy that can be categorized into two classes: predictive or empirical models only and causal or mechanistic models. The former is descriptive, derived from observed data without involving physiological processes, and have little explanatory power (Villegas *et al.*, 2004). They are generally expressed as regression equations (with one or several factors) and are used to estimate the final production. Examples of such models include the response of production to the application of fertilizers, the relationship between the area and the number of leaves of a given plant, between the height and number of stems, their diameter and the final production of sugarcane (Galvez, 2008).

Villegas *et al.*, (2004) points out that mechanistic models have explanatory capacity of crop physiology, they consider aspects such as temperature, active photosynthetic radiation, leaf area index, photosynthesis, respiration and efficiency in the use of radiation.

In summary, there are different classifications of models that describe biological and physical processes that occur in a given system over time. This mathematical tool is novel, since it evaluates production systems in a more complete and adaptable way to different conditions, and allows all processes to be integrated as variables.

2. Mathematical modeling

Guevara (2007) states that modeling began to be important in agronomy and in other biological areas, given its ability to provide information in a systematic approach to the

sistemático de todo el proceso biológico o de una parte, ejemplo el de la producción agrícola.

La modelación matemática es la actividad que consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos y que, en alguna forma, permitan la simulación de procesos complejos, generen hipótesis y sugieran experimentos o métodos de validación. Un modelo matemático debe reflejar la estructura causal del sistema en estudio y ser capaz de predecir el resultado de manera eficiente y correcta (King, Garrett y Coghill, 2005).

La modelación del desempeño de las características de cualquier ser vivo es un proceso complejo debido que en algunos modelos los parámetros son de difícil ajuste e interpretación biológica. Además, en la mayoría de los casos los fenómenos a modelar están influenciados por factores externos y por la variación de las observaciones en el tiempo. Su desarrollo para el ajuste de cualquier serie de datos en el tiempo (crecimiento, producción), requiere una etapa de diseño, ajuste y de validación (Rondón, Murakami y Sakaguti, 2002).

Aggrey (2002; 2009) refiere que para la modelación es necesario el cumplimiento de supuestos estadísticos (normalidad, homogeneidad de varianzas, independencia de errores, entre otros), estos le permitan al modelo tener validez estadística en sus predicciones.

En este sentido resulta importante que los investigadores tengan en cuenta que antes de

entire biological process or to a part of it, such as agricultural production.

Mathematical modeling is the activity that consists of representing, manipulating and communicating real-world objects with mathematical formulas and content that, in some way, allow the simulation of complex processes, generate hypotheses and suggest experiments or validation methods. A mathematical model must reflect the causal structure of the system under study and be able to predict the result efficiently and correctly (King, Garrett and Coghill, 2005).

Modeling the performance of the characteristics of any living being is a complex process due to the fact that in some models the parameters are difficult to adjust and biologically interpret. Furthermore, in most cases the phenomena to be modeled are influenced by external factors and by the variation of observations over time. Its development for the adjustment of any series of data over time (growth, production), requires a design, adjustment and validation stage (Rondón, Murakami and Sakaguti, 2002).

Aggrey (2002; 2009) refers that for modeling it is necessary to fulfill statistical assumptions (normality, homogeneity of variances, independence of errors, among others), these allow the model to have statistical validity in its predictions.

In this sense, it is important that researchers

iniciar el proceso de modelación se debe determinar el cumplimiento de los supuestos teóricos. Su desconocimiento puede producir estimaciones sesgadas en los parámetros, lo que conlleva al mal ajuste de dicho modelo. Es por ello que la modelación matemática como método científico general ocurre cuando se ajustan datos experimentales a un modelo, proceso que se realiza por medio del análisis de regresión.

2.1 Análisis de regresión

Según Méndez (2016) la regresión o ajuste de curva, consiste en la selección de un modelo matemático en el cual se aplica la estimación paramétrica para determinar los coeficientes desconocidos. Este modelamiento matemático se conoce como regresión del modelo. Los modelos de regresión permiten modelar matemáticamente la relación entre variables numéricas, estos posibilitan obtener medidas cuantitativas de relación mutua entre el conjunto de variables independientes o predictoras y la variable dependiente. Se pueden obtener determinados modelos matemáticos para describir estas relaciones, uno de los más populares son los lineales (Curbelo, Pérez y Montero, 2016).

El análisis de regresión engloba a un conjunto de métodos estadísticos que usamos cuando tanto la variable de respuesta como la(s) variable(s) predictiva(s) son continuas y queremos predecir valores de la primera en función de valores observados de las segundas. En esencia, el análisis de regresión consiste en ajustar un modelo a los datos, estimando coeficientes a partir de las observaciones, con el fin de predecir valores de la variable de respuesta a partir de una (regresión simple) o más variables (regresión múltiple) predictivas o explicativas (Vinuesa,

take into account that before starting the modeling process, compliance with the theoretical assumptions must be determined. Its ignorance can produce biased estimates in the parameters, which leads to a poor fit of said model. That is why mathematical modeling as a general scientific method occurs when experimental data are fitted to a model, a process that is carried out through regression analysis.

2.1 Regression analysis

According to Méndez (2016), regression or curve fitting consists of the selection of a mathematical model in which parametric estimation is applied to determine the unknown coefficients. This mathematical modeling is known as model regression. Regression models allow mathematical modeling of the relationship between numerical variables, these make it possible to obtain quantitative measures of the mutual relationship between the set of independent or predictor variables and the dependent variable. Certain mathematical models can be obtained to describe these relationships, one of the most popular are the linear ones (Curbelo, Pérez and Montero, 2016).

Regression analysis encompasses a set of statistical methods that we use when both the response variable and the predictor variable(s) are continuous and we want to predict values of the former based on observed values of the latter. In essence, regression analysis consists of fitting a model to the data, estimating coefficients from the observations, in order to predict values of the response variable from one (simple regression) or more variables (multiple regression). predictive or

2016).

Fernández y Guerra (2005) informan que para el procesamiento y análisis de los modelos de regresión es necesario considerar:

- ❖ Ploteo de puntos para analizar tendencia de datos
- ❖ Selección del tipo de modelo a ajustar
- ❖ Ajuste del modelo, con el apoyo de un software apropiado
- ❖ Descripción del proceso a partir del modelo obtenido.

Novales (2010) señala que existen diferentes métodos iterativos para la estimación de los parámetros de un modelo. En el caso de los lineales y polinómicos se emplea fundamentalmente el método de los mínimos cuadrados. Sin embargo, para los no lineales como el Logístico, Gompertz, Exponencial, Richards, entre otros se utiliza el procedimiento iterativo de estimación de los parámetros de Levenberg-Marquardt (Cornejo y Rebolledo, 2016).

El análisis de regresión juega un importante papel en la estadística, su empleo permite identificar variables predictivas relacionadas con una variable de respuesta, describir la relación entre estas variables y predecir la variable de respuesta a partir de las explicativas o predictoras. En el caso de los modelos de regresión es necesario tener en cuenta diversos criterios que permitan definir el modelo que mejor describa el fenómeno en estudio.

2.2 Selección de modelos. Criterios estadísticos a tener en cuenta

explanatory (Vinuesa, 2016).

Fernández and Guerra (2005) report that for the processing and analysis of regression models it is necessary to consider:

- ❖ Point plotting to analyze data trend
- ❖ Selection of the type of model to adjust
- ❖ Adjustment of the model, with the support of appropriate software
- ❖ Description of the process from the obtained model.

Novales (2010) points out that there are different iterative methods for estimating the parameters of a model. In the case of linear and polynomials, the method of least squares is fundamentally used. However, for non-linear ones such as Logistic, Gompertz, Exponential, Richards, among others, the iterative Levenberg-Marquardt parameter estimation procedure is used (Cornejo and Rebolledo, 2016).

Regression analysis plays an important role in statistics, its use allows to identify predictive variables related to a response variable, describe the relationship between these variables and predict the response variable from the explanatory or predictive variables. In the case of regression models, it is necessary to take into account various criteria that allow defining the model that best describes the phenomenon under study.

2.2 Selection of models. Statistical criteria to be taken into account

Chacín (1998); Kiviste *et al.*, (2002); Guerra, Cabrera y Fernández (2003); Torres *et al.*, (2012) y Domínguez *et al.*, (2013) propusieron diversos criterios estadísticos para la selección de modelos, entre los que se encuentran:

- ❖ Coeficiente de determinación R^2 : declara que proporción de la variación de la variable dependiente es explicada por las variables predictoras.

- ❖ Coeficiente de determinación ajustado (R^2_{aj}): es una corrección o ajuste del coeficiente de determinación original de acuerdo a los grados de libertad del modelo.

- ❖ Cuadrado medio del error (CME): informa sobre la precisión de las estimaciones.

- ❖ Prueba de significación de los parámetros: determina la significación estadística de los parámetros del modelo.

- ❖ Error estándar de los estimadores de los parámetros: permite determinar los intervalos de confianza para los parámetros.

- ❖ Error medio en valor absoluto: da una idea de la magnitud media de los errores independientemente de su signo.

- ❖ Error estándar de la estimación: muestra la desviación normal de los residuos y puede utilizarse para la predicción de nuevas observaciones.

- ❖ Análisis de los residuos: Comportamiento de los residuos obtenidos de la diferencia entre los valores observados y los valores predichos por el modelo (Normalidad por la prueba de Shapiro-Wilks, Kolmogorov-Smirnov, Autocorrelación por la prueba de Rachas, Signos, Durbin-Watson, X^2 de independencia y Homocedasticidad mediante los gráficos de los residuos o las pruebas de Cochran, Bartlett y Hartley).

- ❖ Diferencia agregada o Sesgo: evalúa la

Chacin (1998); Kiviste *et al.*, (2002); War, Cabrera and Fernandez (2003); Torres *et al.*, (2012) and Domínguez *et al.*, (2013) proposed various statistical criteria for the selection of models, among which are:

- ❖ Coefficient of determination R^2 : declares what proportion of the variation of the dependent variable is explained by the predictor variables.

- ❖ Adjusted determination coefficient (R^2_{aj}): it is a correction or adjustment of the original determination coefficient according to the degrees of freedom of the model.

- ❖ Mean squared error (MSE): reports on the accuracy of the estimates.

- ❖ Significance test of the parameters: determines the statistical significance of the model parameters.

- ❖ Standard error of the estimators of the parameters: allows to determine the confidence intervals for the parameters.

- ❖ Average error in absolute value: it gives an idea of the average magnitude of the errors regardless of their sign.

- ❖ Standard error of the estimate: shows the normal deviation of the residuals and can be used for the prediction of new observations.

- ❖ Residual analysis: Behavior of the residuals obtained from the difference between the observed values and the values predicted by the model (Normality by the Shapiro-Wilks, Kolmogorov-Smirnov test, Autocorrelation by the Runs test, Signs, Durbin- Watson, X^2 of independence and Homocedasticity by means of the graphs of the residues or the

desviación media de los residuos del modelo respecto a los valores observados. El signo del error de predicción promedio expresa si la función examinada sobrestima (-) o subestima (+) el valor de los datos analizados.

3. Funciones matemáticas de mayor aplicación para modelar el crecimiento

Una de las temáticas de mayor interés y repercusión en las investigaciones agrarias está asociada a los modelos que describen la dinámica de crecimiento animal y vegetal. Fernández (1996) estableció criterios y valoraciones en la aplicación y análisis de estos modelos sobre bases matemático - biológica asociada al empleo de la regresión, con el fin de la estimación del modelo y del cálculo diferencial para la descripción del proceso.

El análisis del crecimiento de los seres vivos y sus poblaciones es objeto de estudio en muchas investigaciones agropecuarias aplicadas. Este está estrechamente relacionado con el comportamiento fisiológico y productivo de cultivos y animales, de su análisis se derivan diferentes indicadores relativos a las tasas de crecimiento y al período de máxima expresión, conocido como llamarada de crecimiento. Esta define los momentos de mejor aprovechamiento del potencial de la especie en cuestión y a partir de este se toman importantes decisiones para mejorar los sistemas productivos (González y Pereda, 2004).

Los modelos de crecimiento también se emplean en otras investigaciones como estudios asociados a curvas de lactancia con interés teórico y práctico ya que posibilitan la

tests of Cochran, Bartlett and Hartley).

- ❖ Aggregate difference or Bias: evaluates the mean deviation of the model residuals with respect to the observed values. The sign of the average prediction error expresses whether the examined function overestimates (-) or underestimates (+) the value of the analyzed data.

3. Mathematical functions of greater application to model growth

One of the topics of greatest interest and repercussion in agricultural research is associated with the models that describe the dynamics of animal and plant growth. Fernández (1996) established criteria and assessments in the application and analysis of these models on a mathematical-biological basis associated with the use of regression, in order to estimate the model and the differential calculation for the description of the process.

The analysis of the growth of living beings and their populations is the object of study in many applied agricultural research. This is closely related to the physiological and productive behavior of crops and animals, from its analysis different indicators are derived related to growth rates and the period of maximum expression, known as growth flare. This defines the moments of best use of the potential of the species in question and from these important decisions are made to improve production systems (González and Pereda, 2004).

Growth models are also used in other research such as studies associated with lactation curves with theoretical and practical interest, since they make it possible

realización de predicciones del proceso productivo y estudiar las respuestas en diversas condiciones de alimentación, manejo y ambiente. Autores como Ali y Schaeffer (1987), Fernández *et al.*, (2005; 2011), destacan además la capacidad descriptiva de estos modelos y sus posibilidades para obtener indicadores de interés económico como son: picos de producción (valores extremos en la lactancia y el momento en que se alcanzan), tasa de cambio o velocidad instantánea, las que permiten mostrar la dinámica del proceso.

Los modelos con mayor aplicación para la descripción de las curvas de crecimiento son: Logístico (Agudelo, Cerón y Restrepo, 2008; Grossman y Bohren, 1985; Grossman, Bohren y Anderson, 1985), Gompertz (Anthony *et al.*, 1991; Mignon, Beaumont y Ricard, 2001), Gompertz modificado por Laird (Laird, Tyler y Barton, 1965), Von Bertalanffy y Richards (Roush y Branton, 2005; Knizetova *et al.*, 1991). Según Thornley y France (2007) y Noguera, Pereira y Solarte (2008), otras de las funciones que se utilizan para modelar el crecimiento son: Exponencial, Monomolecular, Chanter, Schumacher, entre otras.

Nobre *et al.*, (2003); Casas, Rodríguez y Afanador (2010) plantearon que las funciones de Gompertz y Logística son las de uso más frecuente en el análisis del crecimiento de animales y plantas. Sin embargo Ruiz *et al.*, (2012) plantearon que los trabajos relacionados con el crecimiento de las plantas son limitados a pesar de la importancia que tiene su aplicación para la descripción de su comportamiento, a partir de la obtención de los parámetros de dicho modelo.

to make predictions of the production process and study the responses under various feeding, management and environmental conditions. Authors such as Ali and Schaeffer (1987), Fernández *et al.*, (2005; 2011), also highlight the descriptive capacity of these models and their possibilities to obtain indicators of economic interest such as: production peaks (extreme values in lactation and the moment they are reached), rate of change or instantaneous speed, which allow showing the dynamics of the process.

The models with the greatest application for the description of growth curves are: Logistic (Agudelo, Cerón and Restrepo, 2008; Grossman and Bohren, 1985; Grossman, Bohren and Anderson, 1985), Gompertz (Anthony *et al.*, 1991; Mignon, Beaumont and Ricard, 2001), Gompertz modified by Laird (Laird, Tyler and Barton, 1965), Von Bertalanffy and Richards (Roush and Branton, 2005; Knizetova *et al.*, 1991). According to Thornley and France (2007) and Noguera, Pereira and Solarte (2008), other functions used to model growth are: Exponential, Monomolecular, Chanter, Schumacher, among others.

Nobre *et al.*, (2003); Casas, Rodríguez and Afanador (2010) stated that the Gompertz and Logistics functions are the most frequently used in the analysis of the growth of animals and plants. However, Ruiz *et al.*, (2012) stated that the works related to the growth of plants are limited despite the importance of its application for the description of their behavior, from obtaining the parameters of said model.

3.1 Características de las funciones de crecimiento

Los modelos de crecimiento deben poseer características para su empleo en los sistemas de producción entre los que se encuentran: un punto de inflexión, que se representa por una asíntota horizontal, poseer un comportamiento lógico y no permitir valores atípicos desde el punto de vista biológico; además la ecuación debe derivarse del conocimiento teórico que se tenga de la variable dependiente que se analiza, lo que permite que se obtengan resultados más exactos (Kiviste *et al.*, 2002). Otra característica deseable es la flexibilidad, entendida como la capacidad de ajuste con precisión a diferentes conjuntos de datos.

Casas, Rodríguez y Afanador (2010) plantearon que las funciones de crecimiento, pueden ofrecer parámetros de interés matemático y biológico tales como: Asíntota horizontal que es el valor que toma la variable en estudio cuando el tiempo (edad) tiende a infinito (parámetro A); Punto de inflexión (PI): punto donde cambia la concavidad de la función, coincide con la tasa de crecimiento máxima. Estos modelos usan menos parámetros que los modelos lineales permitiendo obtener predicciones más fidedignas con mayor facilidad de interpretación de los parámetros que determinan la variable respuesta (Pinheiro y Bates, 2000).

Por otra parte, Fernández *et al.*, (2017) refieren que estos modelos son de tipo sigmoides, asíntóticos y con punto de inflexión, donde es posible establecer una propuesta de valores iniciales a los parámetros a partir de relaciones como:

❖ Asíntota (A): En todos estos modelos la asíntota se corresponde con el parámetro A,

3.1 Characteristics of growth functions

Growth models must have characteristics for their use in production systems, among which are: an inflection point, which is represented by a horizontal asymptote, have a logical behavior and not allow outliers from the biological point of view; In addition, the equation must be derived from the theoretical knowledge of the dependent variable that is analyzed, which allows more exact results to be obtained (Kiviste *et al.*, 2002). Another desirable feature is flexibility, understood as the ability to fine-tune to different data sets.

Casas, Rodríguez and Afanador (2010) stated that growth functions can offer parameters of mathematical and biological interest such as: Horizontal asymptote, which is the value that the variable under study takes when time (age) tends to infinity (parameter A); Inflection point (PI): point where the concavity of the function changes, it coincides with the maximum growth rate. These models use fewer parameters than linear models, allowing more reliable predictions to be obtained with greater ease of interpretation of the parameters that determine the response variable (Pinheiro and Bates, 2000).

On the other hand, Fernández *et al.*, (2017) refer that these models are sigmoid, asymptotic and with an inflection point, where it is possible to establish a proposal of initial values for the parameters based on relationships such as:

❖ Asymptote (A): In all these models the asymptote corresponds to the parameter A, so from the observed data it is possible to propose the approximate value of this

por lo que a partir de los datos observados es posible proponer el valor aproximado de este parámetro. En animales representa el peso a la madurez y en plantas su máximo crecimiento.

❖ Tasa de cambio (k): Esta se refiere a los cambios relativos, relacionado con la primera derivada se asocia a las tasas de ganancias en peso instantáneas en animales y en plantas se asocia a las tasas de crecimiento promedio. Grandes valores de k indican madurez temprana y valores pequeños indican madurez tardía.

❖ Punto de inflexión: Este punto ocurre cuando existe un cambio de signo en la primera derivada, es donde se alcanza la máxima tasa de ganancia en el crecimiento animal y en las plantas su máxima velocidad de crecimiento.

En este sentido resulta importante conocer todas estas características que desde el punto de vista biológico y matemático, permitan determinar las diferentes fases de cambios que se producen tanto en animales como en las plantas. Estos aspectos resultan de interés para tomar decisiones y establecer el momento óptimo para el mejor aprovechamiento del cultivo o de los animales. El empleo de los modelos para describir el crecimiento permite predecir niveles de cosecha dentro de la capacidad sostenible de los pastos y forrajes.

3.2 Fases de crecimiento de los cultivos

En el caso del crecimiento de las plantas Crespo (2010) distinguen tres fases o estados biológicos:

❖ Primera fase: Es lenta y su duración depende de la especie y del grado de

parameter. In animals it represents the weight at maturity and in plants its maximum growth.

❖ Rate of change (k): This refers to the relative changes, related to the first derivative, it is associated with the rates of instantaneous weight gains in animals and in plants, it is associated with the average growth rates. Large values of k indicate early maturity and small values indicate late maturity.

❖ Inflection point: This point occurs when there is a sign change in the first derivative, it is where the maximum rate of gain in animal growth is reached and in plants its maximum growth rate.

In this sense, it is important to know all these characteristics that, from a biological and mathematical point of view, allow us to determine the different phases of changes that occur in both animals and plants. These aspects are of interest to make decisions and establish the optimal moment for the best use of the crop or animals. The use of models to describe growth allows predicting harvest levels within the sustainable capacity of pastures and forages.

3.2 Crop growth phases

In the case of plant growth, Crespo (2010) distinguishes three phases or biological states:

❖ First phase: It is slow and its duration depends on the species and the degree of intensity with which the grass is defoliated, it is called logarithmic phase.

intensidad con que la gramínea es desfoliada, se le denomina fase logarítmica.

❖ Segunda fase: El crecimiento ocurre relativamente constante y expresa la tasa de máximo crecimiento del cultivo. Su duración depende de la especie de gramínea.

❖ Tercera fase: Predomina la pérdida de materia seca y la mayor acumulación de tallos, inflorescencia y material muerto en el pastizal.

Por otra parte, Barker *et al.*, (2010) describieron cuatro estadios del crecimiento de las plantas que no están en contradicción con la descripción anterior. Según Ares *et al.*, (2002) la identificación de las fases de crecimiento es importante para diagnosticar requerimientos y deficiencias nutricionales, calcular cantidades de fertilizantes a aplicar y determinar la conveniencia económica de la fertilización u otras prácticas de manejo. Estas fases se tienen que realizar de manera separada para cada cultivo y tener en cuenta un conjunto de condiciones de manejo y el área geográfica.

Sin embargo, Dumroese, Jacobsc y Wilkinson (2012) definen tres fases del crecimiento de las plantas:

❖ Primera establecimiento: Comprende la germinación y emergencia hasta la formación de hojas verdaderas. En el caso de estacas hasta la formación de brotes y raíces.

❖ Segunda crecimiento rápido: Durante esta fase las plantas, y en particular sus brotes, aumentan rápidamente su tamaño. Frecuentemente, el tallo terminal se próxima al tamaño objetivo. Las plantas necesitan por lo menos algo de protección. Se busca un crecimiento rápido (aunque no excesivo) de los brotes.

❖ Second phase: Growth occurs relatively constant and expresses the maximum growth rate of the crop. Its duration depends on the grass species.

❖ Third phase: The loss of dry matter and the greater accumulation of stems, inflorescence and dead material in the grassland predominate.

On the other hand, Barker *et al.* (2010) described four stages of plant growth that do not contradict the previous description. According to Ares *et al.*, (2002) the identification of growth phases is important to diagnose nutritional requirements and deficiencies, calculate amounts of fertilizers to apply and determine the economic convenience of fertilization or other management practices. These phases have to be carried out separately for each crop and take into account a set of management conditions and the geographical area.

However, Dumroese, Jacobsc and Wilkinson (2012) define three phases of plant growth:

❖ First establishment: Includes germination and emergence until the formation of true leaves. In the case of stakes until the formation of shoots and roots.

❖ Second rapid growth: During this phase the plants, and in particular their shoots, rapidly increase in size. Frequently, the terminal stalk is close to the target size. Plants need at least some protection. A rapid (although not excessive) growth of the shoots is sought.

❖ Third Hardening: Energy is redirected from

❖ Tercera endurecimiento: La energía es redirigida del tallo al crecimiento de la raíz; la planta alcanza la altura y el diámetro del cuello, se establecen las yemas laterales. La planta es acondicionada para soportar estrés.

En este caso resulta importante conocer las diferentes fases de crecimiento de los cultivos. Estas permiten evaluar los procesos fisiológicos de las plantas, así como su comportamiento y desarrollo, con el fin de establecer estrategias que propicien las bases para el diagnóstico y manejo adecuado de los pastos, y de esta manera obtener buenos rendimientos en la producción, con calidad nutricional para su empleo en la alimentación animal.

3.3 Rendimiento y Producción de biomasa

La biomasa es el resultado de la transformación de la energía solar en energía química. El hombre a través de la historia la ha utilizado no solo para su alimentación, sino también para la alimentación de sus animales. Los avances de la ciencia promovieron el desarrollo agrario basado en la revolución verde, la cual solo promueve la producción de alimentos ya sea de uso humano o animal, marginando la importancia de la biomasa como enriquecedor del recurso suelo al disponerse de los insumos necesarios para sustituir su fertilidad natural. En la actualidad la producción y conservación de la biomasa de cualquier cultivo cobra una importancia trascendente; porque ello contribuye, además, a la protección medioambiental a través de la captura de carbono (Martínez y Leyva, 2014).

La biomasa como concepto es la cantidad total de materia viviente, en un momento dado, en un área determinada o en uno de sus niveles tróficos, y se expresa en gramos de carbono, o en calorías, por unidad de

stem to root growth; the plant reaches the height and diameter of the neck; lateral buds are established. The plant is conditioned to withstand stress.

In this case it is important to know the different phases of crop growth. These allow evaluating the physiological processes of plants, as well as their behavior and development, in order to establish strategies that provide the basis for the diagnosis and proper management of pastures, and thus obtain good yields in production, with quality nutrition for use in animal feed.

3.3 Yield and Biomass Production

Biomass is the result of the transformation of solar energy into chemical energy. Throughout history, man has used it not only to feed himself, but also to feed his animals. Advances in science promoted agricultural development based on the green revolution, which only promotes the production of food for either human or animal use, marginalizing the importance of biomass as an enricher of soil resources by having the necessary inputs to replace their natural fertility. At present, the production and conservation of the biomass of any crop is of transcendent importance; because this also contributes to environmental protection through carbon capture (Martínez and Leyva, 2014).

Biomass as a concept is the total amount of living matter, at a given time, in a given area or in one of its trophic levels, and is expressed in grams of carbon, or calories, per unit area. Biomass pyramids are useful for showing biomass at a trophic level. Its

superficie. Las pirámides de biomasa son útiles para mostrar la biomasa en un nivel trófico. Su aumento en un período determinado recibe el nombre de producción de un sistema o de un área determinada (Pineda, 2007).

Según Mora y Holguín (2018) la determinación de la biomasa forrajera de los arbustos, generalmente, se realiza con métodos destructivos, por ello, su predicción con métodos no destructivos representa una herramienta para los productores e investigadores agropecuarios, dado el ahorro de tiempo y de recursos en los procesos de planificación.

Los métodos alométricos permiten predecir la producción de biomasa en forma

no destructiva en cualquier momento y a partir de este dato determinar las fases de crecimiento del cultivo, los componentes de la biomasa y los nutrientes asociados a cada componente, así como el rendimiento económico esperado de una plantación. Este método se ha aplicado en particular en el área forestal, debido al elevado costo y dificultades logísticas envueltas en la recolección de datos de cosecha, y recientemente en estudios para estimar la fijación biológica de carbono a nivel global (Ares *et al.*, 2002).

Mora y Holguín (2018) utilizaron ecuaciones para estimar la biomasa de arbustos de *Tithonia diversifolia*, usando mediciones lineales, en este estudio el autor concluye que el uso de una ecuación alométrica, basada en este tipo de mediciones, facilita la estimación de la biomasa de especies arbustivas, para evitar técnicas destructivas.

Riofrío *et al.*, (2013) señalan que el cálculo del crecimiento de la biomasa producida por

increase in a given period is called the production of a system or a given area (Pineda, 2007).

According to Mora and Holguín (2018), the determination of the forage biomass of shrubs is generally carried out with destructive methods, therefore, its prediction with non-destructive methods represents a tool for agricultural producers and researchers, given the time savings and of resources in the planning processes.

Allometric methods allow biomass production to be predicted in the form non-destructive at any time and from this data determine the growth phases of the crop, the biomass components and the nutrients associated with each component, as well as the expected economic performance of a plantation. This method has been applied in particular in the forest area, due to the high cost and logistical difficulties involved in collecting harvest data, and recently in studies to estimate biological carbon fixation at a global level (Ares *et al.*, 2002).

Mora and Holguín (2018) used equations to estimate the biomass of *Tithonia diversifolia* shrubs, using linear measurements, in this study the author concludes that the use of an allometric equation, based on this type of measurement, facilitates the estimation of the biomass of shrubby species, to avoid destructive techniques.

Riofrío *et al.*, (2013) point out that the calculation of the biomass growth produced by the bush represents useful information for the agricultural planner. Such a calculation could be estimated from other linear

el arbusto representa una información útil para el planificador agropecuario. Tal cálculo podría ser estimado a partir de otras medidas lineales del arbusto, para poder predecir la producción de biomasa, sin tener que cosecharla. Algunas ecuaciones determinísticas han sido usadas para su estimación y, a partir de ella, calcular el volumen de carbono capturado en un sistema forestal o para una especie específica.

Según Heemst (1986) la proporción de biomasa asignada a hojas, tallos y raíces en cada momento del desarrollo, depende de la cinética de crecimiento y de la tasa de distribución, que están gobernadas por el área foliar, clima y disponibilidad de nutrimentos.

El rendimiento de un cultivo viene dado por la capacidad de acumular biomasa como materia fresca y seca en los órganos que se destinan a la cosecha y un incremento proporcional de la biomasa destinada a estos órganos garantiza un incremento del rendimiento. De esta manera la distribución de materia seca entre los diferentes órganos de la planta tiene un papel fundamental en la producción de un cultivo (Challa, Heuvelink y Van Meeteren, 1995). Esta distribución es el resultado final de un conjunto ordenado de procesos metabólicos y de transporte que gobiernan el flujo de asimilados a través de un sistema fuente/sumidero. Las actividades involucradas en este proceso no son estáticas y pueden cambiar diariamente a lo largo del período de desarrollo de la planta (Patrick, 1988).

Alcanzar un incremento en los rendimientos agropecuarios de la producción de biomasa constituye un reto importante para los productores. Es por ello que se debe potencial la mejora continua de los pastos a partir de un

measurements of the bush, in order to predict biomass production, without having to harvest it. Some deterministic equations have been used to estimate it and, from it, calculate the volume of carbon captured in a forest system or for a specific species.

According to Heemst (1986), the proportion of biomass assigned to leaves, stems, and roots at each stage of development depends on growth kinetics and distribution rate, which are governed by leaf area, climate, and nutrient availability.

The yield of a crop is given by the ability to accumulate biomass as fresh and dry matter in the organs destined for harvesting, and a proportional increase in the biomass destined for these organs guarantees an increase in yield. In this way, the distribution of dry matter among the different organs of the plant plays a fundamental role in the production of a crop (Challa, Heuvelink and Van Meeteren, 1995). This distribution is the end result of an ordered set of metabolic and transport processes that govern the flow of assimilates through a source/sink system. The activities involved in this process are not static and can change daily throughout the development period of the plant (Patrick, 1988).

Achieving an increase in agricultural yields from biomass production is a major challenge for producers. That is why the continuous improvement of pastures should be potential from proper management and care of them.

adecuado manejo y atención de los mismos.

4. Empleo de la modelación estadístico-matemática en investigaciones de la producción de pastos y forrajes en Cuba

La aplicación de la modelación estadístico-matemática a través de métodos estadísticos descriptivos e inferenciales, constituye una importante herramienta para la solución de problemas que pueden presentarse en las investigaciones en las diferentes áreas del conocimiento (Vázquez, Guerra y Sánchez, 2011; Chávez *et al.*, 2013).

A partir de la década del 70, comienzan a aparecer en la literatura científica trabajos de modelación relacionados con el estudio de procesos en la producción y alimentación de animales en fincas. Sin embargo, no fue hasta la década de los 80 que la modelación fue utilizada por algunos investigadores cubanos con el objetivo de describir el crecimiento de cultivares (Rodríguez, Florido y Varela, 2018).

Las aplicaciones de la modelación de cultivos agrícolas tuvieron sus inicios en trabajos de Del Pozo y Herrera (1995); Del Pozo (1998) y Torres *et al.*, (1999) en pasto estrella (*C. nlemfuensis*); Ramírez (2010), en cultivares de *Brachiaria*, *Panicum* y *Pennisetum* y Ruiz *et al.*, (2012) en variedades de *Tithonia diversifolia*. Estos autores encontraron relaciones lineales y polinómicas entre las variables, sin embargo, en estos modelos los parámetros no tienen interpretación biológica.

Otros autores estudiaron la dinámica de acumulación de biomasa del king grass (*P. purpureum*) o de algunos de sus clones con el empleo de modelos no lineales (Díaz, 2007; Martínez *et al.*, 2010; Rodríguez *et al.*, 2011

4. Use of statistical-mathematical modeling in research on pasture and forage production in Cuba

The application of statistical-mathematical modeling through descriptive and inferential statistical methods constitutes an important tool for solving problems that may arise in research in different areas of knowledge (Vázquez, Guerra and Sánchez, 2011; Chávez *et al.*, 2013).

Starting in the 1970s, modeling works related to the study of processes in the production and feeding of animals on farms began to appear in the scientific literature. However, it was not until the 1980s that modeling was used by some Cuban researchers in order to describe the growth of cultivars (Rodríguez, Florido and Varela, 2018).

The applications of the modeling of agricultural crops had their beginnings in the works of Del Pozo and Herrera (1995); Del Pozo (1998) and Torres *et al.*, (1999) in star grass (*C. nlemfuensis*); Ramírez (2010), in cultivars of *Brachiaria*, *Panicum* and *Pennisetum* and Ruiz *et al.*, (2012) in varieties of *Tithonia diversifolia*. These authors found linear and polynomial relationships between the variables, however, in these models the parameters have no biological interpretation.

Other authors studied the biomass accumulation dynamics of king grass (*P. purpureum*) or some of its clones using nonlinear models (Díaz, 2007; Martínez *et al.*, 2010; Rodríguez *et al.*, 2011 and Rodríguez *et al.*, 2013). On the other hand, Medina *et al.*, (2009) studied some growth variables in *Tithonia diversifolia*, such as

y Rodríguez *et al.*, 2013). Por otra parte, Medina *et al.*, (2009) estudiaron en *Tithonia diversifolia* algunas variables del crecimiento, como altura de la planta, número de brotes, longitud y diámetro de la rama, hojas por rama, entre otras.

En la actualidad se cuenta con valiosos resultados relativos al empleo de estos y otros tipos de modelos que han sido utilizado para la predicción de la producción de biomasa verde y seca del pasto (Maralfalfa) con varias dosis de fertilizante nitrogenado; o en la descripción y caracterización de las propiedades físicas y químicas de la piña (variedad cayena Lisa) almacenada a temperatura ambiente, así como en la modelación y simulación del rendimiento del pasto estrella (*C. nlemfuensis*) bajo diferentes condiciones de manejo y escenarios climáticos, como muestran los trabajos de Fernández *et al.*, (2011); Rangel (2015); López (2016), entre otros autores.

Rodríguez (2015) modeló el rendimiento del pasto (king grass) para determinar el momento óptimo de corte y encontró regularidad en el parámetro k del modelo Gompertz con valor de 0,03, válido para el king grass y algunas variedades de *P. purpureum*. Ruiz *et al.*, (2012) emplearon modelos lineales y no lineales para describir el comportamiento de algunos componentes morfológicas del material vegetal 23 de *Tithonia diversifolia* y determinar, mediante la utilización de criterios estadísticos y de modelación, los modelos de mejor bondad de ajuste.

Por otra parte, Verdecia *et al.*, (2018) establecieron ecuaciones de regresiones para explicar la estrecha relación de la edad con el rendimiento, composición química, metabolitos secundarios y la degradabilidad de la materia seca en ambos períodos

plant height, number of shoots, length and diameter of the branch, leaves per branch, among others.

Currently there are valuable results related to the use of these and other types of models that have been used for the prediction of the production of green and dry biomass of grass (Maralfalfa) with various doses of nitrogenous fertilizer; o in the description and characterization of the physical and chemical properties of pineapple (Cayenne Smooth variety) stored at room temperature, as well as in the modeling and simulation of the performance of star grass (*C. nlemfuensis*) under different management conditions and climatic scenarios , as shown by the works of Fernández *et al.*, (2011); Rangel (2015); López (2016), among other authors.

Rodríguez (2015) modeled the yield of the grass (king grass) to determine the optimum mowing moment and found regularity in the parameter k of the Gompertz model with a value of 0.03, valid for king grass and some varieties of *P. purpureum*. Ruiz *et al.*, (2012) used linear and non-linear models to describe the behavior of some morphological components of the plant material 23 of *Tithonia diversifolia* and to determine, through the use of statistical and modeling criteria, the models with the best goodness of fit.

On the other hand, Verdecia *et al.*, (2018) established regression equations to explain the close relationship of age with yield, chemical composition, secondary metabolites and dry matter degradability in both seasonal periods. On the other hand, Gasca (2019) used non-linear models to

estacionales. Por otra parte, Gasca (2019), empleó modelos no lineales para describir la producción de biomasa de la *Moringa oleífera* con efecto de la frecuencia y la altura de corte y encontró que el Exponencial fue el que presentó los mejores criterios de selección en el ajuste de los datos.

En este sentido la modelación matemática resultaría una alternativa eficiente para estimar el comportamiento del rendimiento de la biomasa de la *Tithonia diversifolia*, sin embargo en la actualidad son escasos los estudios que refieren al uso de estas técnicas para este cultivo tanto en Cuba como en el resto del mundo.

5. El género *Tithonia*

El género *Tithonia* comprende 10 especies, originarias de México y Centro América. *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray, es un arbusto que fue introducido en las Antillas y en Ceilán (Ríos y Salazar, 1995 y Heuzé *et al.*, 2015). Se encuentra ampliamente distribuida en la zona tropical y se tienen reportes del Sur de México, Honduras, El Salvador, Guatemala, Costa Rica, Panamá, India, Ceilán, Cuba, Venezuela y Colombia (Ríos, 1999).

También se conoce como árbol maravilla, girasol mexicano, falso girasol, crisantemo de Nitobe, Quil Amargo, Wild Sunflower (Cairns, 1996; Nash, 1976). Se encuentra naturalizada en Cuba y se le identifica como margarita isleña, margarita, margarita mexicana, margaritona o árnica de la tierra (Roig, 1974 y Ruiz *et al.*, 2020) pero en los últimos tiempos, dada su distribución acelerada, se identifican otros nombres como girasolillo y el propio *tithonia*. Esta planta es de la familia Asterácea, se localiza en las

describe the biomass production of *Moringa oleifera* with the effect of frequency and cutting height and found that the Exponential was the one that presented the best selection criteria in the adjustment of the data.

In this sense, mathematical modeling would be an efficient alternative to estimate the behavior of the biomass yield of *Tithonia diversifolia*, however at present there are few studies that refer to the use of these techniques for this crop both in Cuba and in the rest of the world.

5. The genus *Tithonia*

The genus *Tithonia* comprises 10 species, native to Mexico and Central America. *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray, is a shrub that was introduced in the Antilles and Ceylon (Ríos and Salazar, 1995 and Heuzé *et al.*, 2015). It is widely distributed in the tropical zone and there are reports from southern Mexico, Honduras, El Salvador, Guatemala, Costa Rica, Panama, India, Ceylon, Cuba, Venezuela and Colombia (Ríos, 1999).

It is also known as wonder tree, Mexican sunflower, false sunflower, Nitobe chrysanthemum, Quil Amargo, Wild Sunflower (Cairns, 1996; Nash, 1976). It is naturalized in Cuba and is identified as an island daisy, daisy, Mexican daisy, margaritona or arnica de la tierra (Roig, 1974 and Ruiz *et al.*, 2020) but in recent times, given its accelerated distribution, other species have been identified. names like sunflower and *tithonia* itself. This plant belongs to the Asteraceae family, is located in the tropical and subtropical areas of the planet and has almost 15,000 species

áreas tropicales y subtropicales del planeta y posee casi 15 000 especies distribuidas por todo el mundo (Gómez y Rivera, 1987).

5.1 Producción de forraje de *Tithonia diversifolia* para la alimentación animal

Lugo *et al.*, (2012) refieren que puede ser una planta anual o perenne según el área geográfica. Se recupera de forma rápida de cortes sucesivos y además posee una elevada tasa de rebrote, lo que le permite producir gran cantidad de biomasa. Según Ríos (1998) tiene un rápido crecimiento y baja demanda de insumos y manejo para su cultivo. Su producción de biomasa puede variar entre 30 a 70 t/ha de forraje verde, dependiendo de la densidad de siembra, tipo de suelo, estado vegetativo y condiciones ambientales (Ramírez *et al.*, 2005; Mahecha y Rosales, 2005).

Dentro de estas alternativas de alimentación la *Tithonia diversifolia* es una planta que se ha utilizado como alimento para diferentes especies de animales por su alto valor nutricional. Fasuyi y Afolabi (2013) y Ruiz *et al.*, (2014) informan que esta especie tiene muchas cualidades que permiten clasificarla como planta forrajera de alto potencial para la producción animal, entre las cuales se pueden mencionar su fácil establecimiento, la resistencia al corte frecuente y la tolerancia a suelos pobres. Resulta apreciada entre los productores por su aceptable valor nutricional, principalmente por su capacidad para la acumulación de nitrógeno.

La tithonia es una planta que posee abundante forraje verde que se puede emplear en la alimentación animal, se le conoce como una planta de fácil adaptación y rápida proliferación en ocasiones en condiciones

distributed throughout the world (Gómez and Rivera, 1987).

5.1 Production of forage from *Tithonia diversifolia* for animal feed

Lugo *et al.*, (2012) refer that it can be an annual or perennial plant depending on the geographical area. It recovers quickly from successive cuts and also has a high regrowth rate, which allows it to produce a large amount of biomass. According to Ríos (1998) it has rapid growth and low demand for inputs and management for its cultivation. Its biomass production can vary between 30 to 70 t/ha of green forage, depending on planting density, soil type, vegetative state and environmental conditions (Ramírez *et al.*, 2005; Mahecha and Rosales, 2005).

Within these feeding alternatives, *Tithonia diversifolia* is a plant that has been used as food for different animal species due to its high nutritional value. Fasuyi and Afolabi (2013) and Ruiz *et al.*, (2014) report that this species has many qualities that allow it to be classified as a forage plant with high potential for animal production, among which are its easy establishment, resistance to cutting frequent and tolerance to poor soils. It is appreciated among producers for its acceptable nutritional value, mainly for its ability to accumulate nitrogen.

Tithonia is a plant that has abundant green forage that can be used in animal feed, it is known as a plant that is easily adapted and rapidly proliferates, sometimes in unfavorable conditions. In addition, it has the ability to recover nutrients from the soil,

desfavorables. Además, tiene la habilidad de recuperar los nutrientes del suelo, de ahí la importancia de incluirla en los planes de siembra por las bondades que presenta.

5.2 Factores que influyen en la producción de biomasa

Tanto el rendimiento como la calidad nutricional de los forrajes, se ven afectados por una serie de factores internos y externos. Dentro de los internos se encuentra la especie o cultivar utilizado y la edad fisiológica, entre otros. Con respecto a los externos, se puede mencionar el clima, las características físico-químicas del suelo, la edad de corte, la fertilización y otros factores de manejo (Bernal, 1991; Buxton y Fales, 1994; Sheaffer, Seguin y Cuomo, 1998).

Mahecha y Rosales (2005) plantean además que la producción de forraje puede estar afectada por la densidad de siembra y el tiempo de recuperación de los pastos. En el caso de la *Tithonia diversifolia* es una especie con buena capacidad de producción de biomasa y rápida recuperación después del corte, lo que depende de la densidad de siembra, de los suelos y del estado vegetativo (Pérez *et al.*, 2009).

Por otra parte, Navas y Montaña, (2019) informan que *T. diversifolia* produce forraje bajo estas condiciones extremas, mostrando potencial para mejorar los sistemas de alimentación en los periodos críticos, donde las especies de gramíneas tienden a ser más vulnerables a las condiciones climáticas extremas. Agregan además que la *Tithonia diversifolia* presenta potencial para la recuperación de suelos degradados, adaptación a diferentes condiciones climáticas y podría contribuir a la producción

hence the importance of including it in planting plans due to the benefits it presents.

5.2 Factors influencing biomass production

Both the yield and the nutritional quality of forages are affected by a series of internal and external factors. Among the internal ones is the species or cultivar used and the physiological age, among others. With respect to the external ones, it is possible to mention the climate, the physical-chemical characteristics of the soil, the cutting age, the fertilization and other management factors (Bernal, 1991; Buxton and Fales, 1994; Sheaffer, Seguin and Cuomo, 1998).

Mahecha and Rosales (2005) also state that forage production may be affected by planting density and pasture recovery time. In the case of *Tithonia diversifolia*, it is a species with good biomass production capacity and rapid recovery after cutting, which depends on the planting density, the soils and the vegetative state (Pérez *et al.*, 2009).

On the other hand, Navas and Montaña, (2019) report that *T. diversifolia* produces forage under these extreme conditions, showing potential to improve feeding systems in critical periods, where grass species tend to be more vulnerable to climatic conditions. extreme. They also add that *Tithonia diversifolia* has potential for the recovery of degraded soils, adaptation to different climatic conditions and could contribute to the production of good quality food in strategic supplementation programs

de alimento de buena calidad en programas de suplementación estratégica para las épocas críticas en sistemas ganaderos.

5.2.1 Efecto de la época del año

El conocimiento de la estacionalidad en la producción y calidad del forraje, permiten detectar temporadas de abundancia y escasez, así como la magnitud de éstas. Con el análisis de crecimiento de una especie, se puede determinar el manejo estacional de la defoliación que ayude a maximizar la producción de forraje y la producción animal, con el menor deterioro de las praderas (Hodgson, 1990; Hernández-Garay y Martínez, 1997).

En la actualidad, los agricultores presencian anomalías climáticas más intensas que las experimentadas en años anteriores. En este sentido, Planos, Rivero y Guevara (2013) señalaron que la agricultura se desarrollaría en un ambiente afectado por el aumento de la frecuencia y la intensidad de las sequías, la aridización del clima, el aumento de la evapotranspiración real de los ecosistemas y un déficit hídrico pronunciado.

Según Álvarez (2019) la falta de agua en el período de siembra o el exceso durante las fases de maduración y cosecha tienen su impacto directo en el rendimiento. En cuanto a los pastos, el tema de la variabilidad de las precipitaciones es importante porque su productividad está estrechamente relacionada con la estacionalidad de las lluvias. El período de crecimiento es el tiempo del año durante el cual las condiciones de temperatura y precipitación son favorables para el desarrollo de las plantas; por lo tanto, debe haber un ambiente favorable para su crecimiento, desarrollo y reproducción.

En Cuba el clima está diferenciado en dos

for critical times in livestock systems.

5.2.1 Effect of the time of year

The knowledge of the seasonality in the production and quality of the forage, allows to detect seasons of abundance and scarcity, as well as the magnitude of these. With the growth analysis of a species, it is possible to determine the seasonal management of defoliation that helps maximize forage production and animal production, with the least deterioration of the grasslands (Hodgson, 1990; Hernández-Garay and Martínez, 1997).

Today, farmers are witnessing climate anomalies more intense than those experienced in previous years. In this sense, Planos, Rivero and Guevara (2013) pointed out that agriculture would develop in an environment affected by the increase in the frequency and intensity of droughts, the aridization of the climate, the increase in real evapotranspiration of ecosystems and a pronounced water deficit.

According to Álvarez (2019), the lack of water in the planting period or the excess during the maturation and harvest phases have a direct impact on yield. Regarding pastures, the issue of rainfall variability is important because their productivity is closely related to the seasonality of rainfall. The growth period is the time of the year during which the temperature and precipitation conditions are favorable for the development of the plants; therefore, there must be a favorable environment for their growth, development and reproduction.

In Cuba, the climate is differentiated into

estaciones en el año donde concurren las temperaturas más altas y las mayores precipitaciones (época lluviosa) que comprenden los meses de mayo a octubre y en la otra las temperaturas más bajas y las menores precipitaciones (época poco lluviosa) representadas por los meses de noviembre a abril. Esto influye notablemente en el comportamiento de las plantas forrajeras variando, en consecuencia, su rendimiento, digestibilidad, actividad reproductiva, composición química y relación hoja-tallo, lo que obliga a diferenciar el manejo de ambas estaciones y en lo que a frecuencia de corte se refiere es conveniente emplear los más largos durante la sequía siempre que las condiciones de riego y fertilización lo permitan, para garantizar la longevidad y perdurabilidad del área forrajera (Valdés *et al.*, 1980).

En la actualidad la escasez de granos, cereales y sus altos costos en el mercado internacional, es uno de los problemas que más afecta la elaboración de piensos para la alimentación animal. Esta producción es limitada y compite con la alimentación humana, resulta un reto para los investigadores y productores la búsqueda de fuentes alternativas, a partir de recursos locales, con resistencia a las condiciones climáticas, por lo que el empleo de la *Tithonia diversifolia* se propicia como una planta con potencialidades para este fin.

Conclusiones

- ❖ El desarrollo de la modelación estadístico-matemático, permite dar respuesta a problemas vigentes de investigación en el sector agropecuario y otras ciencias afines.
- ❖ Los modelos estadísticos-matemáticos constituyen una herramienta útil, eficiente y económica para establecer

two seasons in the year where the highest temperatures and the greatest rainfall (rainy season) that comprise the months of May to October and in the other the lowest temperatures and the least rainfall (little rainy season) concur.) represented by the months of November to April. This notably influences the behavior of forage plants, consequently varying their yield, digestibility, reproductive activity, chemical composition and leaf-stem ratio, which makes it necessary to differentiate the management of both seasons and in terms of cutting frequency. refers, it is convenient to use the longest ones during the drought whenever the irrigation and fertilization conditions allow it, to guarantee the longevity and durability of the forage area (Valdés *et al.*, 1980).

Currently the shortage of grains, cereals and their high costs in the international market, is one of the problems that most affects the production of feed for animal feed. This production is limited and competes with human food, it is a challenge for researchers and producers to search for alternative sources, from local resources, with resistance to climatic conditions, so the use of *Tithonia diversifolia* is encouraged as a plant with potential for this purpose.

Conclusions

- ❖ The development of statistical-mathematical modeling allows us to respond to current research problems in the agricultural sector and other related sciences.
- ❖ Statistical-mathematical models are a useful, efficient and economical tool to establish

proyecciones futuras de los resultados productivos, además permiten la toma de decisiones oportunas.

- ❖ La *Tithonia diversifolia* se perfila como alternativa de alimentación para la producción animal con el fin de reemplazar y reducir la dependencia de alimentos concentrados con alto costo en el mercado.
- ❖ En la actualidad son escasos los estudios que refieren el empleo de la modelación estadístico-matemática para estimar la producción de biomasa de la *Tithonia diversifolia* tanto en Cuba como en el resto del mundo.

future projections of productive results, they also allow timely decision making.

- ❖ *Tithonia diversifolia* is emerging as a feed alternative for animal production in order to replace and reduce dependence on high-cost concentrated feed in the market.
- ❖ Currently there are few studies that refer to the use of statistical-mathematical modeling to estimate biomass production of *Tithonia diversifolia* both in Cuba and in the rest of the world.

Bibliografía / References

- Aggrey, S.E., 2002. Comparison of three nonlinear and spline regression models for describing chicken growth curves. *Poult Sci*, 81, pp.1782–1788.
- Aggrey, S.E., 2009. Logistic nonlinear mixed effects model for estimating growth parameters. *Poult Sci*, 88, pp. 276–280.
- Agudelo, D.G., Cerón, M.F. y Restrepo, L.F., 2008. Modelación de las funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. *Rev Colomb Cienc Pecu*, 21, pp. 39-58.
- Ali, T.E. y Schaeffer, L.R., 1987. Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. *Can J Anim Sci*, 67 (3), pp. 637-644.
- Álvarez, A. 2019. Variación de los periodos de crecimiento para tres pastos tropicales, bajo los efectos del cambio climático. *Pastos y Forrajes*, 42(2), pp. 104-113.
- Anthony, N.B., Emmerson, D.A., Nestor, K.E., Bacon, W.L., Siegel, P.B. y Dunnington, E.A., 1991. Comparison of growth curves of weight selected populations of turkeys, quail and chickens. *Poult Sci*, 70, pp.13–19.
- Ares, A., Boniche, J., Quesada, J.P., Yost, R., Molina, E. y Smyth, T.J., 2002. Estimación de biomasa por métodos alométricos, nutrimentos y carbono en plantaciones de palmito en Costa Rica. *Agronomía Costarricense*, 26(2), pp.19-30.
- Barker, D.J., Ferraro, F.P., La Guardia, R., Mark, R., Lopes, F. y Albrecht, K.A., 2010. Analysis of Herbage Mass and Herbage Accumulation Rate Using Gompertz Equations. *Agronomy Journal*, 102(3), pp. 849-857.
- Bernal, J., 1991. *Pastos y forrajes tropicales: producción y manejo*. 2da ed. Banco Ganadero, COL.

- Bocco, M., 2010. *Funciones elementales para construir modelos matemáticos*. Ministerio de Educación de la Nación. Instituto Nacional de Educación Tecnológica. Buenos Aires. Argentina
- Botero, J.M., Gómez, A. y Botero, M.A., 2019. Rendimiento, parámetros agronómicos y calidad nutricional de la *Tithonia diversifolia* con base en diferentes niveles de fertilización. Nota de investigación. *Rev Mex Cienc Pecu*, 10(3), pp. 789-800.
- Budimulyati, S., Noor, R. R., Saefuddin, A. y Talib, C., 2012. Comparison on Accuracy of Logistic, Gompertz and von Bertalanffy Models in Predicting Growth of New Born Calf Until First Mating of Holstein Friesian Heifers. *Journal of the Indonesian Tropical Animal Agriculture*, 37 (3), pp. 151-160.
- Buxton, D. y Fales, S., 1994. Plant environment and quality. In: G. Fahey, editor, Forage quality, evaluation, and utilization. *American Society of Agronomy, Madison, WI, USA*. pp. 155-199.
- Cabrera, A., Guerra, C.W. y Nico, D.E., 1999. Modelos probabilísticos y teoría de fiabilidad aplicados en la Mecanización Agropecuarias. *Revista de Ciencia y Técnica Agropecuaria*, 8(2), pp. 69-73.
- Cairns, M.F., 1996. Study on Farmer Management of Wild Sunflowers (*Tithonia diversifolia*) short communication. ICRAF S E. Asian Regional Research Programme.
- Calderón, J.F., 2017. Ajuste de un modelo cinético para el crecimiento de *Lactobacillus acidophilus* en la fermentación de un sustrato complejo. Tesis en opción al título de Ingeniero químico. Fundación Universidad de América. Facultad de Ingenierías. Departamento de Ingeniería Química. Bogotá.
- Candelaria, B., Ruiz, O., Gallardo, F., Pérez, P., Martínez, A., y Vargas, L., 2011. Aplicación de modelos de simulación en el estudio y planificación de la agricultura, una revisión. *Trop. subtrop. agroecosyt*, 14(3).
- Casas, G.A., Rodríguez, D. y Afanador, G., 2010. Propiedades matemáticas del modelo de Gompertz y su aplicación al crecimiento de los cerdos. *Rev. Colomb. Cienc. Pecu.*, 23, pp. 349-358.
- Castro, I. y Hétiér, J.M., 2015. *Modelización y experimentación agronómica. En: Tierras Llaneras de Venezuela... tierras de buena esperanza*. 1ra ed. Venezuela: Consejo de Publicaciones de la Universidad de Los Andes.
- Chacín, F., 1998. *Análisis de regresión y superficie de respuesta*. Ed. Cásares. R. Segovia, A. Gaskin. D. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela. 111 p.
- Challa, H., Heuvelink, E. y Van Meeteren, U., 1995. Crop growth and development. Long-term responses. Crop growth. In: Bakker, J.C.; Bot, G.P.A.; Challa, H.; Van de Braak, N.J. *Greenhouse climate control: an integrated approach*. Wageningen: Wageningen Pers.
- Chávez, E.D., Sabín, R.Y., Toledo, D.V. y Jiménez, Á.Y., 2013. La Matemática: una herramienta aplicable a la Ingeniería Agrícola. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 22(3), pp. 81-84.

- Cornejo, O. y Rebolledo, R., 2016. Estimación de parámetros en modelos no lineales: algoritmos y aplicaciones. *Revista EIA*. 13(25), pp. 81-98.
- Crespo, G. 2010. Utilización de residuales de las instalaciones pecuarias para la producción de pastos y forrajes tropicales. Resúmenes. Congreso 45 Aniversario del Instituto de Suelo y VII Congreso de la Sociedad Cubana de la Ciencia del Suelo. La Habana, Cuba. 41 p.
- Curbelo, M.A., Pérez, Y.E., y Montero, E., 2016. Modelo matemático para explicar la intención de permanencia del personal académico de la Universidad de Cienfuegos. *Revista Universidad y Sociedad*. 8 (2). pp. 7-19.
- Del Pozo, P.P. y Herrera, R.S. 1995. Modelado del crecimiento del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*). 1. modelo multiplicativo con control de la curva de crecimiento y los efectos ambientales. *Rev. Pastos y Forrajes*, 18(2), pp. 171-177.
- Del Pozo, P.P., 1998. Análisis del crecimiento del pasto estrella (*C. nlemfuensis*) bajo condiciones de corte y pastoreo. Tesis en opción al título de Doctor en Ciencias Agrícolas. Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba.
- Díaz, D., 2007. Evaluación agronómica de nuevas variedades *Pennisetum purpureum* en condiciones de sequía el Valle del Cauto. Tesis en opción al título de Master. Universidad de Matanzas.
- Domínguez, J., Rodríguez, F.A., Núñez, R., Ramírez, R., Ortega, J.A. y Ruiz, A. 2013. Adjustment of nonlinear models and estimation of growth parameters in tropicane cattle. *Agrociencia*, 47, pp. 25-34.
- Dumroese, R.K., Jacobs, F.D. y Wilkinson, K.M., 2012. *Fases de cultivo: Establecimiento y crecimiento rápido*. Libro: Producción de plantas en viveros forestales. ISBN 978-987-510-209-5. Editores: Consejo Federal de Inversiones (CFI). Impreso en Argentina-Derechos reservados.
- Fasuyi, A.O. y Afolabi, A.A., 2013. Protein supplementation value of sun-dried ensiled sunflower (*Tithonia diversifolia*) in grower pigs: Growth performance and nitrogen utilization. *African Journal of Food Science*, 7(9), pp. 344-349.
- Fernández, L. y Guerra, C.W., 2005. *El uso de modelos bio-matemáticos fortalecen la enseñanza de la matemática en universidades agropecuarias*. V Congreso Internacional Virtual de Educación. Universidad Agraria de La Habana, "Fructuoso Rodríguez Pérez". La Habana. Cuba
- Fernández, L., 1996. Modelos que describen la dinámica de procesos biológicos en las Ciencias Agropecuarias. Tesis presentada en opción al título de Maestro en Ciencias en Matemática Aplicada. Universidad Agraria de la Habana. 29 p.
- Fernández, L., Guerra, C.W. y Del Pozo, P.P., 2000. Modelos Matemáticos que describen procesos biológicos. Publicación de la dirección de información Científica y tecnológica, Universidad Agraria de la Habana, Cuba, 29 p.

- Fernández, L., Guerra, C.W., De Calzadilla, J. y Lim, N.U., 2017. Desarrollo de la modelación estadístico--matemática en las ciencias agrarias. Retos y perspectivas. *Investigación Operacional*, 38(5), pp. 462-467.
- Fernández, L., Menéndez, A., Guerra, C.W. y Suárez, M., 2001. Estimación de curvas de lactancias estándar de la raza Siboney de Cuba para su utilización en extensiones de lactancia. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 35, 99 p.
- Fernández, L., Rangel, L., Guerra, C.W. y Del Pozo, J., 2019. Modelación Estadístico-Matemática en Procesos Agrarios. Una aplicación en la Ingeniería Agrícola. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 28(2).
- Fernández, L., Tonhati, H., Albuquerque, L.G., Aspilcueta-Borquis, R.R. y Menéndez Buxadera, A., 2011. Modelos de regresiones aleatorias para la estimación de parámetros genéticos y estudios de curvas de lactancia del Holstein en Cuba. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 45(1).
- Fredrickson, A. G., Megee, R.D., Tsuchiya, H.M., Control, D. y Fermentors, C., 1970. Mathematical models for fermentation processes. *Advances in applied microbiology*, (12), pp. 419–465.
- Gálvez, G., 2008. Modelación del crecimiento de las plantas. Modelación de cultivos agrícolas. Seminario de modelación de cultivos.
- Gasca, G.B., 2019. Modelación matemática de la producción de biomasa de la *Moringa oleífera* en diferentes condiciones de manejo. Tesis en opción al título de Master en Biomatemática. Facultad de Ciencias Técnicas. Universidad Agraria de La Habana, Cuba.
- Gómez, A. y Rivera, H., 1987. Descripción de malezas en cultivos de café. Centro Nacional de Investigación en café, Chinchiná (Caldas). 490 p.
- González, S.S. y Pereda, M., 2004. Crecimiento y desarrollo en rumiantes. Parte 1. *Revista del Borrego*, 28.
- González, J.C; Hahn von, C.M y Narváez, W. 2014. Características botánicas de *Tithonia Diversifolia* (Asterales: Asteraceae) y su uso en la alimentación animal. Boletín Científico Centro De Museos De Historia Natural, 18(2), pp. 45-58.
- Grossman, M. y Bohren, B.B., 1985. Logistic growth curve of chickens: heritability of parameters. *The Journal of Heredity*, 76, pp. 459–462.
- Grossman, M., Bohren, B.B. y Anderson, V.L., 1985. Logistic growth curve of chickens: a comparison of techniques to estimate parameters. *The Journal of Heredity*, 76, pp.397–399.
- Guerra, C.W., Cabrera, A. y Fernández, L., 2003. Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas*, 37(3), pp. 3-10.

- Guevara, E., 2007. La simulación del desarrollo, crecimiento y rendimiento en maíz. [En línea] En <
<http://www.fertilizando.com/articulos/simulaciondesarrollocrecimientoyrendimientoenmaiz.asp>>
[recuperado: 16 de diciembre de 2021].
- Heemst, H.D.J.Van., 1986. The distribution of dry matter during growth of a potato crop. *Potato Res.* 29.
- Hernández-Garay, A. y Martínez, H.P.A., 1997. Utilización de pasturas tropicales. En: Torres H. G. y Díaz, R. P (Eds.) Producción de ovinos en zonas tropicales. Fundación Produce-Inifap. pp. 8-24.
- Heuzé, V., Tran, G., Reverdin, G. y Lebas, F., 2015. Mexican sunflower (*Tithonia diversifolia*). Feedipedia, a programme by INRA, CIRAD, AFZ and FAO.
- Hodgson, J., 1990. Grazing Management. Science into Practice. Longman Scientific and Technical. Essex, England. 203p.
- Jay, O., 2012. Metodología para la comparación de tratamientos en modelos de regresión no lineal aplicados a procesos biológicos. Tesis en opción al título de Doctor en Ciencias Veterinarias. Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba.
- Jiménez, M., 1997. Ecuaciones diferenciales en la Mecanización Agropecuaria, La Habana. Tesis en opción al título de Master en Matemática Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. Universidad Agraria de La Habana.
- Knizetova, H., Hyanek, J., Knize, B. y Roubicek, J., 1991. Analysis of growth curves of fowl. I. Chickens. *British Poultry Sci*, 32, pp.1027–1038.
- King, R.D., Garrett, S.M. y Coghill, G.M., 2005. On the use of qualitative reasoning to simulate and identify metabolic pathways. *Bioinformatics*, 21.
- Kiviste, A., Álvarez, J.G., Rojo, A. y Ruíz, A.D., 2002. *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Monografías INIA: Forestal No.4. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Madrid. 190 p.
- Laird, A.K., Tyler, S.A. y Barton, A.D., 1965. Dynamics of normal growth. *Growth*, 29, pp. 233-248.
- López, J.L., 2016. Modelación y simulación del rendimiento del pasto estrella (*C. nlemfuensis*) bajo diferentes condiciones de manejo y escenarios climáticos. Tesis en opción al título de Master. Universidad Agraria de La Habana. Cuba.
- Lugo, M., Molina, F., Gonzáles, I., Gonzáles, J. y Sánchez, E., 2012. Efecto de la altura y frecuencia de corte sobre la producción de materia seca y proteína bruta de *Tithonia diversifolia*. *Zootecnia Tropical*. 30(4), pp. 317–325.
- Mahecha, E. y Rosales, M., 2005. Valor nutricional del follaje de botón de oro (*Tithonia diversifolia* [Hemsl]. Gray), en la producción animal en el trópico. *Livestock Research for Rural Development*, 17(9).

- Martínez, A., 2005. Modelos de Regresión Basados en Redes Neuronales de Unidades Producto Diseñadas y Entrenadas Mediante Algoritmos de Optimización Híbrida. Aplicaciones. Tesis Doctoral. Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial. Universidad de Granada. España.
- Martínez, A. y Leyva, A., 2014. La biomasa de los cultivos en el agroecosistema. Sus beneficios agroecológicos. *Cultivos Tropicales*, 35(1), pp. 11-20.
- Martínez, R.O., Tuero, R., Torres, V. y Herrera, R.S., 2010. Modelos de acumulación de biomasa y calidad en las variedades de hierba elefante, Cuba CT-169, OM-22 y king grass durante la estación lluviosa en el occidente de Cuba. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 44(2), pp.189–193.
- Medina, M.G., García, D.E., González, M.E., Cova, L.J. y Moratinos, P., 2009. Variables morfo-estructurales y de calidad de la biomasa de *Tithonia diversifolia* en la etapa inicial de crecimiento. *Zootecnia Trop*, 27 (2).
- Méndez, D. A., 2016. Modelamiento matemático y optimización del proceso de producción de polihidroxicanoatos empleando la bacteria *Burkholderia cepacia* b27 a partir de ácidos grasos. Tesis en opción al título de Magister en Ingeniería Química. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Colombia.
- Mignon, S., Beaumont, C. y Ricard, F.H., 2001. Genetic analysis of a selection experiment on the growth curve of chickens. *Poult Sci*, 80, pp. 849-854.
- Morales, S., Vivas, N.J. y Teran, V.F, 2016. Ganadería eco-eficiente y la adaptación al cambio climático. *Biotecnología en el Sector Agropecuario y Agroindustrial*, 14(1), pp. 135-144.
- Mora, J. y Holguín, V.A., 2018. Aplicación de modelos matemáticos no lineales para la estimación de biomasa forrajera de *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) A. Gray. *Rev. U.D.C.A Act. & Div. Cien.* 21(1), pp. 43-50.
- Murgueitio, E., 2005. Silvopastoral systems in the neotropics. In: *Silvopastoralism and sustainable land management*. (M.R. Mosquera-Losada, J. McAdam y A. Rigueiro- Rodríguez, Eds.). CABI Publishing. Wallingford, UK. 24p.
- Narro, A.E., 1996. Aplicación de algunos modelos matemáticos a la toma de decisiones. *Política y Cultura*, 6, pp. 183-198.
- Nash, D., 1976. Flora de Guatemala. In: *Fieldiana: Botany Vol. 24, Part XII*. Ed. Field Museum of Natural History.
- Navas, A. y Montaña, V., 2019. Comportamiento de *Tithonia diversifolia* bajo condiciones de bosque húmedo tropical. *Revista de Investigación Veterinaria*, 30(2), pp. 721-732.
- Nobre, P., Misztal, R., Tsuruta, S. y Bertrand, J.K., 2003. Analysis of growth curves of cattle by multiple-trait and random regression models. *J Anim Sci*, 81, pp. 918-926.

- Noguera, R.R., Pereira, R.L. y Solarte, C.E., 2008. Comparación de modelos no lineales para describir curvas de crecimiento en cuyes (*Cavia porcellus*) desde el nacimiento hasta la edad de sacrificio. *Livestock Research for Rural Development*, 20 (5).
- Novales, A., 2010. Análisis de Regresión. [En línea] En <https://www.ucm.es/data/cont/docs/518-2013-11-13_Analisis%20de%20Regresion.pdf> [Recuperado: 25 de septiembre de 2020].
- Ortega, D.R.A., 2000. Perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la carrera de Agronomía. Tesis en opción al título de Master en Ciencias Pedagógicas, UCLV, Santa Clara, Cuba.
- Pérez, A., Montejo, I., Iglesias, J.M., López, O., Martín, G.J., García, D.E., Milián, I. y Hernández, A., 2009. *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) A. Gray. *Pastos y Forrajes*, 32 (1).
- Pérez, F., Sepúlveda, D., Salazar, R. y Sepúlveda, D.E., 2017. Modelos matemáticos aplicados en la agricultura. Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco de Mora, México.
- Pineda, M., 2007. Flujo de energía y cadenas tróficas. Servicios de publicaciones de la Universidad de Córdoba. España. pp. 39-45.
- Pinheiro, J.C. y Bates, D., 2000. Mixed effects models in S and S-PLUS. Berlin: Springer-Verlag. 528 p.
- Planos, E.O., Rivero, R. y Guevara, V., 2013. Impacto del cambio climático y medidas de adaptación en Cuba. La Habana: Instituto de Meteorología, Agencia de Medio Ambiente, Ministerio de Ciencia, Medio Ambiente y Tecnología, 430 p.
- Quinteros, M., Alonso, A., Escudero, L., Guignard, M. y Weintraub, A., 2006. Una aplicación de programación estocástica en un problema de gestión forestal. *Revista Ingeniería de Sistemas*, 20, pp. 67-95.
- Ramírez, J. L., 2010. Rendimiento y calidad de cinco gramíneas en el Valle del Cauto. Tesis en opción al título de Doctor en Ciencias Veterinarias, Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba.
- Ramírez, R., Escobedo, J.G., Lara, P.E. y Chay, C.A., 2005. *Efecto de la altura de corte, densidad y tipo de suelo en la producción de Tithonia diversifolia*. XIX Reunión de la Asociación Latinoamericana de Producción Animal. Tomo II. Sección: Recursos Forrajeros. México. 442p.
- Rangel, M.L., 2015. Variabilidad temporal de las propiedades físicas, químicas y mecánicas de la piña, variedad Cayena Lisa, almacenada a temperatura ambiente. Universidad Agraria de La Habana, Cuba.
- Riofrío, J., Herrero de Aza, C., Grijalva, J. y Bravo, F., 2013. Modelos para estimar la biomasa de especies forestales en sistemas agroforestales de la Ecorregión andina del Ecuador. In Congresos Forestales. Memorias VI Congreso Forestal Español. pp. 2-13.
- Ríos, C.I. y Salazar, A., 1995. Botón de oro (*Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray) una fuente proteica alternativa para el trópico. *Livestock Research for Rural Development*, 6(3).

- Ríos, C.I., 1997. Botón de oro *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray[®] en Árboles y arbustos forrajeros utilizados en alimentación animal como fuente proteica. 2da edición. Colciencias - CIPAV. Cali, Colombia. pp. 115-126.
- Ríos, C.I., 1998. *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray, una planta con potencial para la producción sostenible en el trópico. Conferencia electrónica de la FAO-CIPAV sobre agroforestería para la producción animal en Latinoamérica.
- Ríos, C.I., 1999. *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray, una planta con potencial para la producción sostenible en el trópico. Agroforestería para la producción animal en Latinoamérica.
- Roig, J.T., 1974. Plantas medicinales, aromáticas o venenosas de Cuba. Ediciones de Ciencia y Técnica. Instituto del Libro. La Habana. 949 p.
- Rodríguez, L., 2015. Modelación y simulación de la producción de biomasa de *Pennisetum purpureum* Schum vc. King Grass y su aplicación en la alimentación animal. Universidad Agraria de La Habana, Cuba.
- Rodríguez, L., Torres, V., Martínez, O., Jay, O., Noda, A.C. y Herrera, M., 2011. Modelos para estimar la dinámica de crecimiento de *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-169. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 45(4), pp. 349-354.
- Rodríguez, L., Larduet, R., Martínez, R.O., Torres, V., Herrera, M., Medina, Y. y Noda, A.C., 2013. Modeling of the biomass accumulation dynamics in *Pennisetum purpureum* cv. king grass in the Western region of Cuba. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 47(2), pp. 119-124.
- Rodríguez, O., Florido, R. y Varela, M., 2018. Revisión bibliográfica Aplicaciones de la modelación matemática y la simulación de cultivos agrícolas en Cuba. *Cultivos Tropicales*, 39(1), pp. 121-126
- Rondón, E.O., Murakami, A.E. y Sakaguti, E.S., 2002. Modelagem computacional para produção e pesquisa em avicultura. *Revista Brasileira de Ciência Avícola*, 4(1).
- Roush, W.B. y Branton, S.L., 2005. A comparison of fitting growth models with a genetic algorithm and nonlinear regression. *Poult Sci*, 84, pp. 494–502.
- Ruíz de Zaráte, J.R., 1996. Ecuaciones diferenciales aplicadas al crecimiento bacteriano. Tesis de Máster en Matemática.
- Ruiz, T. E., Febles, G., Galindo, J., Savón, L., Chongo, B., Torres, V., Cino, D., Alonso, J., Martínez, Y., Gutiérrez, D., Crespo, G., Mora, L., Scull, I., La O, O., González, J., Lok, S., González, N. y Zamora, A., 2014. *Tithonia diversifolia*, its possibilities in cattle rearing systems. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 48(1), pp. 79-82.
- Ruiz, T.E., Torres, V., Febles, G., Díaz, H., Sarduy, L. y González, J., 2012. Use of modeling for studying the growth of *Tithonia diversifolia* collection 10. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 46(3), pp. 237-242.

- Ruiz, T.E., Febles, G.J., Alonso, J., Galindo, J., La O, O., Savón, L., Gutiérrez, D., Martínez, Y., Chongo, B., Crespo, G., Mora, L., Rodríguez, B., Vázquez, Y. y Cino, D.M., 2020. *Guía técnica para el empleo de Tithonia diversifolia en la ganadería. ¿Qué hacer para producir biomasa con calidad?* Editora política, La Habana. ISBN: 978-959-01-1072-6.
- Sarria, P., 2003. *Forrajes Arbóreos en la Alimentación de Monogástricos*. II Conferencia Electrónica sobre Agroforestería para la Producción Animal en América Latina.
- Sheaffer, C., Seguin, P. y Cuomo, G., 1998. Sward characteristics and management effects on cool-season grass forage quality. In: J. Cherney, and D. Cherney, editors, *Grass for dairy cattle*. 2nd ed. CABI Publishing, Oxon, GBR. pp. 73-100.
- Oliveira, H.N., Barbosa, R.L. y Pereira, C.S., 2000. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça guzerá. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, 35(9), pp. 1843-1851.
- Patrick, J. W., 1988. Assimilate partitioning in relation to crop productivity. *Hort science*, 23.
- Thornley, J.H.M., y France, J., 2007. *Mathematical Models in Agriculture, Quantitative Methods for Plant, Animal and Ecological Sciences*. Second edition. CAB International, London U. K. 435 p.
- Torres, V. y Cobo, R., 2015. Applied Mathematics in researches from the Instituto de Ciencia Animal. Fifty years of experience. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 49(2), pp. 117-125.
- Torres, V., Lazo, J., Ruiz, T.E. y Noda, A., 1999. Empleo de la modelación matemática en el estudio del pasto *C. nlemfuensis*. *Rev. Cubana Cien. Agríc*, 33(4), pp. 363-370.
- Torres, V., Ortiz, J., Crespo, G., Rodríguez, I. y Mederos, R.E., 2001. Simulación del balance anual en Sistemas de Pastoreo Bovino. VI Reunión Regional de Biometría. Costa Rica.
- Torres, V., Sampaio, I., Meyer, R., Noda, A., y Sarduy, L., 2012. Criterios de bondad de ajuste en la selección de modelos no lineales en la descripción de comportamientos biológicos. *Rev. Cubana Cienc. Agríc.*, 43, 113 p.
- Torres, V. y Ortiz, J., 2005. Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja. *Revista Cubana Cienc. Agríc.*, 39, pp. 397- 406.
- Valdés, L.R., Lamela, L., García-Trujillo, R., Hernández, D., Milera, M. y Alfonso, A. 1980. Manejo y utilización de pastos y forrajes.
- Vázquez, A.Y., Guerra, B.C.W. y Sánchez, L.O.E., 2011. Modelación Estadístico-Matemática para el estudio de la sostenibilidad socioeconómica en el sector agrícola-pecuario del municipio San José de las Lajas, provincia Mayabeque”. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 20(4), pp. 69-74.
- Velasco, J.X., 2006. Sobre la biología matemática y el papel de las matemáticas en biología. *Ciencia*, 57 (3).
- Verdecia, D.M., Herrera, R.S., Ramírez, J.L., Bodas, R., Leonard, I., Giráldez, F.J., Andrés, S., Santana, A., Méndez-Martínez, Y. y López, S., 2018. Yield components, chemical characterization and

polyphenolic profile of *Tithonia diversifolia* in Valle del Cauto, Cuba. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 52(4), pp.457-471.

Villegas, J.R., Hernández, V.A., Salazar, J.A., Muñoz, M.L., del Castillo, F.S. y Enciso, T.O., 2004. Modelos empíricos del crecimiento y rendimiento de tomate podado a tres racimos. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 27(1), pp.63–67.

Vinuesa, P., 2016. Tema 9 - Regresión lineal simple y polinomial: teoría y práctica. [En línea] En <<http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/>> [recuperado: 16 de diciembre de 2021].