Revista Ciencia Universitaria. Vol. 17 No3. ISBN: 978-959-16-4290-5 (septiembre-diciembre).2019

Monografía | Monograph

Orientaciones sobre el tema III de estadística inferencial para la asignatura Estadística en la carrera de Ingeniería Agrícola

Guidance on topic III inferential statistics for the Statistical subject in the career of Agricultural Engineering.

MSc. José Antonio Pino Roque[1].
Dra. C. Mayra Arteaga Barrueta[2].
Dra. C. Lucía Fernández Chuairey[1].
MSc. Vilma Toledo Dieppa[3].
MSc. Yolanda de la Rosa Jiménez Álvarez[3].

[1] Colectivo de Estadística, Facultad de Ciencias Técnicas

2 Colectivo de Química, Facultad de Agronomía

3 Colectivo de Matemática, Facultad de Ciencias Técnicas

Universidad Agraria de La Habana "Frustuoso Rodríguez Pérez". Autopista Nacional, carretera Tapaste, km 23 ½, San José de Las Lajas, Mayabeque.

Autores para correspondencia delvishs@unah.edu.cu, pino@unah.edu.cu

Resumen

Este material proporciona apuntes de contenidos con el objetivo de facilitar a los estudiantes poder recibir la docencia sobre el Tema III de Estadística Inferencial. Los ejercicios que se brindan vienen acompañados de orientaciones para su solución y el manejo del paquete estadístico Statgraphics. Es indispensable que el estudiante pueda instruirse a través de los videos 3a, 3b, 3c y 3d (Introducción al tema, las pruebas o dócimas de hipótesis, definiciones fundamentales y método ANOVA). Estos materiales brindan informaciones muy valiosas para el trabajo independiente.

Palabras clave: Estadística, inferencial, pruebas, dócimas, docencia universitaria.

Summary

This material provides content notes with the aim of facilitating students to receive teaching on Topic III of Inferential Statistics. The exercises that are provided are accompanied by guidelines for their solution and the management of the Statgraphics statistical package. It is essential that the student can be educated through the videos 3a, 3b, 3c and 3d (Introduction to the subject, the tests or hypothesis tests, fundamental definitions and ANOVA method). These materials provide valuable information for independent work.

Key words: Statistics, inferential, tests, university teaching.

Recibido: 14 de septiembre de 2019
Aprobado: 6 de octubre de 2019

Introducción

Es de gran importancia en la investigación científica la aplicación de la Estadística ya que casi todas las investigaciones aplicadas requieren algún tipo de análisis estadístico para que sea posible evaluar sus resultados. En dependencia del problema que se plantee y de la naturaleza de los datos, será la selección del tipo de análisis estadístico que se realice. Es por ello, que la Estadística constituye un instrumento de investigación y no un producto final de esta última. (Pino *et al*., 2016)

La **Estadística** puede considerarse como una tecnología que haciendo uso de la Teoría de las Probabilidades, ayuda a conocer este mundo. Ella ofrece una metodología para abordar el estudio de los fenómenos aleatorios para investigar y descubrir sus regularidades, sus características al cuantificarlas, describirlas, estimarlas, contrastarlas, relacionarlas. (Farell *et al*., 2003)

La **docimasia de hipótesis** o las **pruebas de hipótesis** es justamente la parte de la Estadística Inferencial que nos brinda los métodos necesarios para decidir acerca de la validez de una hipótesis estadística, en base a los resultados observados en una muestra. (Mood, 1960)

Las pruebas o dócimas paramétricos y no paramétricos son de utilidad para los investigadores, por lo tanto, el presente trabajo está dedicado al estudio de algunas pruebas paramétricas que por su importancia merecen ser tratadas. (De Calzadilla y Guerra, 2000)

Entre los métodos de la Inferencia Estadística se encuentran los llamados métodos no

Introduction

The application of Statistics is of great importance in scientific research since almost all applied research requires some type of statistical analysis so that it is possible to evaluate its results. Depending on the problem that arises and the nature of the data, it will be the selection of the type of statistical analysis that is carried out. It is for this reason that Statistics is a research instrument and not a final product of the latter. (Pine et al., 2016)

Statistics can be considered as a technology that, making use of the Probability Theory, helps to understand this world. She offers a methodology to address the study of random phenomena to investigate and discover their regularities, their characteristics by quantifying, describing, estimating, contrasting, and relating them. (Farell et al., 2003)

Hypothesis docimasia or **hypothesis testing** is precisely the part of Inferential Statistics that provides us with the necessary methods to decide about the validity of a statistical hypothesis, based on the results observed in a sample. (Mood, 1960)

Parametric and non-parametric tests or tests are useful for researchers, therefore, the present work is dedicated to the study of some parametric tests that, due to their importance, deserve to be treated. (From Calzadilla and Guerra, 2000)

Among the methods of Statistical Inference are the so-called non-parametric methods or paramétricos o métodos de libre distribución, los cuales deben su nombre a que su posible aplicación no depende de la distribución particular de la variable aleatoria de donde proceden las observaciones. (Guerra *et al.*, 2006)

Para Cué *et al* (1987) el término no paramétrico es incorrecto, aunque de amplio uso dentro de la Estadística Matemática, porque estrictamente hablando esto significa que no están hechos para probar hipótesis acerca de parámetros y se podría comprobar inmediatamente que dentro de ellos hay algunos que se utilizan para este fin.

Según Guerra et al (2006) las dócimas llamadas de libre distribución o no paramétricas, no requieren el conocimiento de la distribución de la población en estudio, pero son menos potentes que las correspondientes dócimas paramétricas (que si requieren el conocimiento de la distribución de la población en estudio) si este se puede aplicar al problema en cuestión.

Una prueba no paramétrica no específica las condiciones de los parámetros de la población de la cual se extrae la muestra. Aplicamos los métodos no paramétricos en aquellas situaciones en las cuales no tenemos motivos para suponer que las poblaciones sean normales. A estas pruebas también se les llama a menudo pruebas de rango o pruebas de orden. (Bonilla, 1988).

Los métodos no paramétricos son más generales que los que requieren de hipótesis adicionales, es de esperarse que no sean tan buenos como los métodos normales, cuando se aplican ambos; es por eso que estos nuevos métodos deben, pues, usarse solamente cuando no es apropiado un método normal (Hoel, 1980).

Siempre que se cumplan las hipótesis inherentes a un método paramétrico, este debe ser preferido, por cuanto, para un tamaño de muestra fijo, nunca un método no paramétrico similar tendrá igual potencia. Es conveniente señalar Cué et al (1987) que muchas veces con tamaños de muestras relativamente, se logra la

free distribution methods, which owe their name to the fact that their possible application does not depend on the particular distribution of the random variable from which the observations come. (War et al., 2006)

For Cué et al (1987) the term non-parametric is incorrect, although widely used within Mathematical Statistics, because strictly speaking this means that they are not made to test hypotheses about parameters and it could be immediately verified that within them there are some that are used for this purpose.

According to Guerra et al (2006) the so-called free distribution or non-parametric tests do not require knowledge of the distribution of the population under study, but they are less powerful than the corresponding parametric tests (which do require knowledge of the distribution of the study population) if it can be applied to the problem at hand.

A nonparametric test does not specify the parameter conditions of the population from which the sample is drawn. We apply nonparametric methods in those situations in which we have no reason to assume that the populations are normal. These tests are also often called rank tests or order tests. (Bonilla, 1988).

Nonparametric methods are more general than those that require additional hypotheses, it is to be expected that they are not as good as normal methods, when both are applied; that is why these new methods should therefore be used only when a normal method is not appropriate (Hoel, 1980).

As long as the hypotheses inherent in a parametric method are met, it should be preferred, since, for a fixed sample size, a similar non-parametric method will never have the same power. It is convenient to point out Cué et al (1987) that many times with relatively small sample sizes, the same power is achieved with the non-parametric misma potencia, con el no paramétrico que con el paramétrico similar.

Steel y Torrie (1988) señalan que una dócima no paramétrica compara distribuciones, mientras que una prueba de distribución libre no depende de una distribución original específica, ni de ningún supuesto sobre la forma de la población muestreada.

Para Egaña (2003) las pruebas de hipótesis no paramétricas por lo general no exigen como condición inicial que las variables en estudio, las poblaciones, tengan determinadas distribuciones de probabilidad.

Cuando no cabe duda en la selección de uno de los métodos no paramétricos es cuando no se cumplen las suposiciones del paramétrico y los tamaños de muestra son muy pequeños. Pino et al (2006) recomienda que para estos tamaños de muestras pequeños pueden utilizarse los métodos intensivos por ordenadores, como por ejemplo el método autodocimante Bootstrap y el software Stima; el cual ha sido probado en varias investigaciones del sector.

Sobre los contenidos a tratar en este tema III

Estimación puntual y por intervalos de confianza

A menudo se necesita conocer el valor de un parámetro poblacional y se dispone solo de una o varias observaciones de la población. Por ejemplo, se quiere conocer el peso promedio de la población de personas que están estudiando Informáticas en el mundo. Resulta prácticamente imposible pesar a todos estos individuos los cuales constituyen la población, y hallar el promedio de estas mediciones. Una solución es tomar una muestra, calcular el promedio y adoptarla como valor aproximado del promedio poblacional. Diremos entonces que este promedio muestral es una estimación de la media poblacional desconocida. A este valor le llamamos estimador puntual.

Para Miller et al (2008) esta estimación se refiere a la elección de un estadístico, es decir, un número calculado a partir de datos muestrales respecto al cual tenemos alguna esperanza o seguridad de que este razonablemente cerca del

than with the similar parametric.

Steel and Torrie (1988) point out that a nonparametric test compares distributions, while a free distribution test does not depend on a specific original distribution, nor on any assumptions about the shape of the sampled population.

For Egaña (2003), non-parametric hypothesis tests generally do not require as an initial condition that the variables under study, the populations, have certain probability distributions.

When there is no doubt in the selection of one of the non-parametric methods, it is when the parametric assumptions are not fulfilled and the sample sizes are very small. Pino et al (2006) recommend that for these small sample sizes computer-intensive methods can be used, such as Bootstrap bootstrap and Stima software; which has been tested in several investigations of the agricultural sector in a very effective way.

On the contents to be discussed in this topic III

Point and confidence interval estimation

Often it is necessary to know the value of a population parameter and only one or several observations of the population are available. For example, you want to know the average weight of the population of people who are studying Computer Science in the world. It is practically impossible to weigh all these individuals which constitute the population, and to find the average of these measurements. One solution is to take a sample, calculate the average, and adopt it as the approximate value of the population average. We will then say that this sample mean is an estimate of the unknown population mean. We call this value a point estimator.

For Miller et al (2008) this estimation refers to the choice of a statistic, that is, a number calculated from sample data with respect to which we have some hope or certainty that it is reasonably close to the parameter to be parámetro que ha de estimarse.

estimated.

PARÁMETROS	**ESTADÍGRAFOS**	**ESTIMADORES**
μ (media poblacional) --------------	$\overline{X} = \sum \frac{x_i}{n}$ **(media muestral)** ------------------	$\hat{\mu}$
σ² (varianza poblacional) -----------	$S^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ **(varianza muestral)** ------	$\hat{\sigma}^2$
p (proporción poblacional) --------	$\breve{p}$ **(proporción muestral)** -------------------	$\hat{p}$

Ejemplo 1:

En una muestra al azar del salario de 50 trabajadores de cierta UBPC se obtuvo los siguientes resultados:

Example 1:

In a random sample of the salary of 50 workers of a certain UBPC, the following results were obtained:

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 7050 \ pesos \ ; \qquad \sum_{i=1}^{50} \left(x_i - \bar{x}\right)^2 = 36 \ pesos^2$$

Con dicha información responda:

¿Qué salario promedio y qué variación en pesos del salario se estima para todos los trabajadores de dicha fábrica e interprete sus resultados?

Respuesta:

Si $\bar{x} = 141 pesos$ entonces $\hat{\mu} = 141 pesos$

Si $s^2 = 0{,}7646\, pesos^2$ entonces $\hat{\sigma}^2 = 0{,}7646\, pesos^2$

Interpretación:

- En la muestra de trabajadores el promedio del salario es de 141 pesos, por lo tanto se estima que el salario promedio de todos los trabajadores de la fábrica sea de 141 pesos.
- En la muestra la variabilidad de los salarios es de 0,7646 pesos^2 con respecto a los promedios, por lo tanto se estima que la variabilidad del salario de todos los trabajadores de la fábrica sea de 0,7646 pesos^2 con respecto al promedio estimado. O sea, la variabilidad estimada de cada salario de los trabajadores es de 6 pesos con respecto al promedio estimado.

✓ Recomendamos a los estudiantes estudiar del texto Estadística Guerra *et al* (2006) el ejemplo 6.5, pág. 131; y el contenido sobre Propiedades deseables de los estimadores, pág. 131 – 132; sobre el estimador insesgado y el estimador eficiente.

Estimación por intervalo de confianza para media y varianza. Error máximo permisible

La estimación puntual de un parámetro debe ser un valor cercano al verdadero valor del parámetro, pero esta no permite medir cuán cercano es, no permite calcular la precisión de la estimación. La solución de este problema da lugar a otro método de estimación llamado estimación por intervalo o intervalos de confianza en el que se da un intervalo cuyos extremos son funciones de la muestra, variables aleatorias entre las cuales con determinada probabilidad se halla el parámetro a estimar. (Pino et al.,

With this information, answer:

What average salary and what variation in pesos of the salary is estimated for all the workers of said factory and interpret your results?

Answer:

If $\bar{x} = 141 pesos$ so $\hat{\mu} = 141 pesos$

If $s^2 = 0{,}7646\, pesos^2$ so

$\hat{\sigma}^2 = 0{,}7646\, pesos^2$

Interpretation:

- In the sample of workers, the average salary is 141 pesos, therefore it is estimated that the average salary of all factory workers is 141 pesos.
- In the sample, the variability of wages is 0.7646 pesos2 with respect to the averages, therefore it is estimated that the variability of the wages of all factory workers is 0.7646 pesos2 with respect to the estimated average. In other words, the estimated variability of each worker's salary is 6 pesos with respect to the estimated average.

✓ We recommend that students study the text Statistics Guerra et al (2006) example 6.5, p. 131; and the content on Desirable Properties of Estimators, p. 131 132; on the unbiased estimator and the efficient estimator.

Confidence interval estimation for mean and variance. Maximum permissible error

The point estimate of a parameter must be a value close to the true value of the parameter, but this does not allow to measure how close it is, it does not allow to calculate the precision of the estimate. The solution of this problem gives rise to another estimation method called interval estimation or confidence intervals in which an interval is given whose extremes are functions of the sample, random variables between which the parameter to be estimated is found with a

2003).

Esto es, si □ es el parámetro a estimar de la distribución de probabilidades de una población, se toma entonces una MAS de la población y se halla un intervalo aleatorio I(x) tal que:

$$P\{\theta \in I(x)\} = 1 - \alpha$$

O sea, la probabilidad de que el intervalo I(x) contenga el parámetro a estimar □ es igual a 1-α (también se puede aceptar que esta probabilidad sea mayor o igual que 1-α).

A 1-α se le llama entonces nivel de confianza de la estimación por intervalo y se dice que I(x) es un intervalo de confianza del 100(1-α) % o una estimación por intervalo de □ con un nivel de confianza de 1-α.

Los niveles de 1-α deben ser cercanos a 1 y sus valores más usuales son 0,95; 0,90 y 0,99 en este orden, o lo que es lo mismo, los valores más usuales de α son 0,05, 0,10 y 0,01 en este orden. No obstante se pueden usar otros niveles de confianza.

Estimación por Intervalos para μ con σ^2 conocida

certain probability. (Pino et al., 2003).

That is, if (is the parameter to be estimated from the probability distribution of a population, then a MAS of the population is taken and a random interval I(x) is found such that:

$$P\{\theta \in I(x)\} = 1 - \alpha$$

That is, the probability that the interval I(x) contains the parameter to estimate (is equal to 1-α (it can also be accepted that this probability is greater than or equal to 1-α).

1-α is then called the confidence level of the interval estimate and I(x) is said to be a 100(1-α) % confidence interval or an interval estimate of (with a confidence level of 1-α.

The levels of 1-α must be close to 1 and its most usual values are 0.95; 0.90 and 0.99 in this order, or what is the same, the most usual values of α are 0.05, 0.10 and 0.01 in this order. However, other confidence levels can be used.

Interval Estimation for μ with σ^2 known

Haremos el análisis solo para este caso, pues el resto es similar:

Partimos de: $P(Z_1 < Z < Z_2) = 1 - \alpha$

Es equivalente a: $P\left(-Z_{1-\alpha/2} < Z < Z_{1-\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$

De aquí: $P\left(-Z_{1-\alpha/2} < \dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z_{1-\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$

Despejando obtenemos al final:

$$P\left(\overline{X} - Z_{1-\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} < \mu < \overline{X} + Z_{1-\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n}\right) = 1 - \alpha$$

El intervalo quedaría:

$$\left(\overline{X} - Z_{1-\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n}\,;\,\overline{X} + Z_{1-\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n}\right)$$

Intervalo $\overline{x} \pm d$ $\quad d = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

Ejemplo 2:

Dar una estimación por intervalo de confianza del 95 % para la longitud de media de los lápices de cierta marca si una muestra aleatoria de 25 lápices arrojó una longitud promedio de 191,0 mm, siendo la distribución de la longitud de tales lápices normal con varianza poblacional igual a 400.

Example 2:

Give a 95% confidence interval estimate for the mean length of pencils of a certain brand if a random sample of 25 pencils yielded a mean length of 191.0 mm, the distribution of the length of such pencils being normal with variance population equal to 400.

Respuesta:

Datos.

$1-\alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05$

$n = 25$

$\overline{x} = 191.0mm$

$\sigma^2 = 400mm^2 \Rightarrow s = 20mm$

$$d = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \frac{20}{\sqrt{25}} z_{1-\frac{0.05}{2}} = 4.1{,}96 = 7{,}84$$

Nota: El percentil de $z_{0{,}975} = 1.96$

Por lo tanto $\overline{x} \pm d = 1{,}91 \pm 7{,}84$

Máximo: $191 + 7{,}84 = 198{,}84$

Mínimo: $191 - 7{,}84 = 183{,}16$

Se estima que la longitud promedio de los lápices está (183.16; 198,84) con una confianza del 95 %.

Estimación por Intervalos para μ con σ^2 desconocida

$$\left(\overline{X}-T_{1-\alpha/2;n-1}\,{S}/{\sqrt{n}};\overline{X}+T_{1-\alpha/2;n-1}\,{S}/{\sqrt{n}}\right)$$

Intervalo $\quad \bar{x} \pm d \quad$ con $\quad d=\frac{s}{\sqrt{n}}t(n-1:1-\frac{\alpha}{2})$

Ejemplo 3:

De una estimación por intervalo de confianza del peso medio de los ejemplares de cierta raza de aves si en una muestra simple aleatoria de 16 ejemplares de aves de esa raza se obtuvo un peso medio de 2311 g y una varianza S2 = 90000, nivel de confianza de 0,90.

Example 3:

From a confidence interval estimate of the mean weight of the specimens of a certain breed of birds, if in a simple random sample of 16 specimens of birds of that breed, a mean weight of 2311 g and a variance S2 = 90000 were obtained, confidence level of 0.90.

Respuesta:

Datos.

$$1-\alpha = 0.90 \Rightarrow \alpha = 0.10$$
$$n = 16$$
$$\bar{x} = 2311 \ g$$
$$s^2 = 90000 \ g^2 \Rightarrow s = 300 \ g$$

$$d=\frac{s}{\sqrt{n}}t(n-1:1-\frac{\alpha}{2})=\frac{300}{\sqrt{16}}.t_{\left(16-1,1-\frac{0.10}{2}\right)}=75.1{,}64=123$$

Nota: El percentil de $t_{(15,0.95)}=1{,}64$

Por lo tanto $\bar{x}\pm d = 2311 \pm 123$

Máximo: $2311+123=2434$

Mínimo: $2311-123=2188$

Se estima que el peso promedio de las aves está (2188 g; 2434 g) con una confianza del 90 %.

Estimación por Intervalos para la varianza σ²

Una estimación por intervalos de confianza para la varianza σ² de una población con distribución normal viene dada por:

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}} ; \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2;n-1}} \right)$$

Ejemplo 4:

De una estimación por intervalo de confianza del 95 % de la varianza de una población normal si en una muestra aleatoria de tamaño 23 se obtuvo una varianza s2=121.

Interval Estimation for variance σ²

A confidence interval estimate for the variance (2) of a normally distributed population is given by:

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}} ; \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2;n-1}} \right)$$

Example 4:

From a 95% confidence interval estimate of the variance of a normal population if a variance of 23 was obtained in a random sample of size s^2=121.

Respuesta:

Datos.

$$1-\alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05$$
$$n = 23$$
$$\sigma^2 = 121 mm^2$$

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}} ; \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2;n-1}} \right) = \left[\frac{(23-1)121}{\chi^2_{1-\frac{0.05}{2};23-1}} ; \frac{(23-1)121}{\chi^2_{\frac{0.05}{2};23-1}} \right]$$

Nota: Los percentiles son $\chi^2_{0.95;22} = 33.9$ y $\chi^2_{0.025} = 11.0$

Por lo tanto

Máximo: $\frac{2662}{11.0} = 242$

Mínimo: $\frac{2662}{33.9} = 78.52$

Se estima que la varianza de la población está (78.52; 242) con una confianza del 95 %.

Tamaño de muestra en la estimación de la media poblacional

De la igualdad $d = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ despejando n se llega a la expresión $n = \left(\frac{Z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{d} \right)^2$

De esta manera estamos en condiciones de calcular intervalos para la media y la varianza de una distribución normal y además poder analizar el tamaño de muestra necesario para obtener cierta precisión. En el

Sample size in estimating the population mean

Of equality $d = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ clearing n we arrive at the expression $n = \left(\frac{Z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{d} \right)^2$

In this way we are able to calculate intervals for the mean and variance of a normal distribution and also be able to analyze the sample size necessary to obtain a certain precision. In the practical case that the caso práctico que no se conozca la varianza poblacional tenemos que estimar la S y esta se utiliza partiendo de una muestra piloto con la cual se parte para realizar el análisis.

Ejemplo 5:

Calcular el tamaño que debe tener la muestra aleatoria simple (en un MAS) para que el error de estimación d no exceda del 20 % de la desviación estándar con un nivel de confianza del 95 %.

population variance is not known, we have to estimate the S and this is used starting from a pilot sample with which we start to carry out the analysis.

Example 5:

Calculate the size that the simple random sample must have (in a MAS) so that the estimation error d does not exceed 20% of the standard deviation with a confidence level of 95%.

Respuesta:

Datos.

$n = ¿$

$d = 0.20\sigma$

$1-\alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05$

$$n = \left(\frac{Z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{d} \right)^2 = \left[\frac{1.96\sigma}{0.2\sigma} \right]^2 = 96.04 \approx 97$$

La muestra debe tener un tamaño aproximado de 97 entes para que el error de estimación d no exceda del 20% de la desviación típica con una confianza del 95 %.

The sample must have a size of approximately 97 entities so that the estimation error d does not exceed 20% of the standard deviation with a confidence of 95%.

Intervalo de confianza para proporciones

Ejemplo 6:

Una muestra aleatoria simple de 5 mediciones de longitudes de cables sobrantes en una instalación de red, arrojó los siguientes resultados en metros:

20.11; 19.92; 21.00; 20.70; 20.22

De una estimación puntual de la proporción de longitud de cables que sobrepasan los 20.19 metros.

Respuesta:

Confidence interval for proportions

Example 6:

A simple random sample of 5 measurements of excess cable lengths in a network installation yielded the following results in meters:

20.11; 19.92; 21.00; 20.70; 20.22

From a point estimate of the proportion of cable lengths that exceed 20.19 meters.

Response:

Si $\tilde{p} = \frac{3}{5} = 0.6$ entonces $\hat{p} = 0.6$ (60 %).

Interpretar cada resultado: En la muestra el 60 % de los cables sobrepasan los 20.19 m, por lo tanto se estima que cuando se analicen todos los sobrantes de la producción el 60 % de los cables sobrepasarán los 20.19 m.

Una estimación por intervalo de confianza para la proporción p de elementos con cierta característica en una población viene dada por:

If $\tilde{p} = \frac{3}{5} = 0.6$ so $\hat{p} = 0.6$ (60 %)

Interpret each result: In the sample, 60% of the cables exceed 20.19 m, therefore it is estimated that when all production surpluses are analyzed, 60% of the cables will exceed 20.19 m.

A confidence interval estimate for the proportion p of elements with a certain characteristic in a population is given by

$$\tilde{p} - z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}} \le p \le \tilde{p} + z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}}$$

Donde:

$\tilde{p} \pm d$ y d es el error máximo permisible $d = z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}}$

Ejemplo 7:

En una muestra aleatoria de 64 piezas del tipo A extraídas de un almacén se encontraron 13 piezas defectuosas. Estime por intervalo con un nivel de confianza del 95 % para la proporción de piezas defectuosas en el almacén.

Example 7:

In a random sample of 64 type A parts removed from a warehouse, 13 defective parts were found. Estimate by interval with a 95% confidence level for the proportion of defective parts in the warehouse.

Respuesta:

Datos.

$1-\alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05$

$n = 64$

$x = 13$

$$\tilde{p} = \frac{x}{n} = \frac{13}{64} = 0.2031$$

$$d = z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}} = z_{1-\frac{0.05}{2}}\sqrt{\frac{0.2031(1-0.2031)}{64}} = 0.0985$$

Por lo tanto:

$\tilde{p} \pm d = 0.2031 \pm 0.0985$

Máximo: $0.2031 + 0.0985 = 0.3016$ (30.16 %)

Mínimo: $0.2031 - 0.0985 = 0.1046$ (10.46 %)

Interpretación:

Se estima que la proporción de piezas defectuosas está (0.1046; 0.3016) con una confianza del 95 %.

Otra posible expresión del intervalo de confianza para proporción es:

Interpretation:

The proportion of defective parts is estimated to be (0.1046, 0.3016) with 95% confidence.

Another possible expression of the confidence interval for proportion is:

$$\tilde{p} - z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n-1}} \leq p \leq \tilde{p} + z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n-1}}$$

la cual es válida para n suficientemente grande.

Las Pruebas de Hipótesis

Las primeras técnicas de inferencia que aparecieron, fueron las que hicieron un buen número de supuestos acerca de la naturaleza de la población de la cual se seleccionó la información, sin embargo, como señala Ostle (1981), no siempre se tiene la certeza de la validez de tales suposiciones y no todas las técnicas estadísticas son inmunes o insensibles a la divergencia de las mismas.

Puesto que los valores promedios de poblaciones son parámetros, estas pruebas estadísticas clásica son llamadas paramétricas. Pero de hecho uno de los inconvenientes al usar el análisis paramétrico es si en verdad se cumplen tales suposiciones. Desde este punto de vista, con las pruebas no paramétricas no se corre el riesgo, ya que no se hacen suposiciones severas acerca de los parámetros; apenas suponen la independencia de los datos. (Siegel y Castellan, 1995).

Según Cué *et al* (1987) el problema de docimasia de hipótesis se define así:

Se tiene una variable aleatoria x que posee una cierta ley de distribución de probabilidad

which is valid for n large enough.

Hypothesis Tests

The first inference techniques that appeared were those that made a good number of assumptions about the nature of the population from which the information was selected, however, as Ostle (1981) points out, the certainty of the information is not always certain. validity of such assumptions and not all statistical techniques are immune or insensitive to their divergence.

Since population mean values are parameters, these classical statistical tests are called parametric. But actually, one of the drawbacks of using the parametric analysis is whether such assumptions actually hold. From this point of view, nonparametric tests do not take the risk, since no harsh assumptions are made about the parameters; they hardly assume the independence of the data. (Siegel and Castellan, 1995).

According to Cué et al (1987) the hypothesis docimasia problem is defined as follows:

There is a random variable x that has a certain probability distribution law that depends on a parameter θ and what are we que depende de un parámetro θ y que vamos a denotar por P_θ, en el caso más extremo no sabemos nada acerca de esta ley y en situaciones más moderadas conocemos que pertenece a una clase C_θ de distribuciones y desconocemos θ.

En todo problema de prueba de hipótesis se tiene una partición de valores de θ en dos subconjuntos disjuntos:

$$H = H_0 \cup H_1$$

y el problema es decidir si θ pertenece a H_0 o si θ pertenece a H_1.

Ejemplo 8:

Tales problemas son comunes en situaciones agrícolas:

- Si con un estilo de tratamiento (con arados) determina mejorar o no los resultados del suelo en la obtención de una cosecha de maíz dada.
- Si un plan de proceso nuevo en la obtención de café para la exportación es mejor que el proceso tradicional.

Según Black (2018) son muy comunes los problemas de toma de decisión que pueden reducirse a rechazar o aceptar hipótesis o suposiciones sobre parámetros (docimasia de hipótesis paramétrica) y problemas de toma de decisión que no dependen de ningún parámetro (docimasia de hipótesis no paramétrica).

La mayor parte de los procedimientos de pruebas de hipótesis se basan en la suposición de que las muestras aleatorias se seleccionan de poblaciones normales. Afortunadamente, la mayor parte de estas pruebas aún son confiables cuando experimentamos ligeras desviaciones de la normalidad, en particular cuando el tamaño de la muestra es grande. (Walpole, 2008)

Un elemento a tener en cuenta en la

going to denote by P_θ, in the most extreme case we know nothing about this law and in more moderate situations we know that it belongs to a class C_θ of distributions and we do not know θ.

In every hypothesis test problem, there is a partition of values θ of, into two disjoint subsets:

$$H = H_0 \cup H_1$$

and the problem is to decide if θ belonging to H_0 or if θ belonging to H_1.

Example 8:

Such problems are common in agricultural situations:

- If with a treatment style (with plows) it determines to improve or not the results of the soil in obtaining a given corn crop.
- If a new process plan for obtaining coffee for export is better than the traditional process.

According to Black (2018), decision-making problems that can be reduced to rejecting or accepting hypotheses or assumptions about parameters (parametric hypothesis docimasia) and decision-making problems that do not depend on any parameter (non-parametric hypothesis docimasia) are very common.

Most hypothesis testing procedures are based on the assumption that random samples are selected from normal populations. Fortunately, most of these tests are still reliable when we experience slight deviations from normal, particularly when the sample size is large. (Walpole, 2008)

An element to take into account in the use of non-parametric tests depending on whether or not the assumptions of the parametric tests utilización de las pruebas no paramétricas en dependencia con el cumplimiento o no de los supuestos de las pruebas paramétricas, es el tamaño de la muestra y en relación a ello.

Según plantean De Calzadilla y Pino (2005) realizar un análisis detallado sobre el tamaño de las muestras a utilizar y a partir de los hechos abordados, resume lo relativo al cumplimiento de los supuestos teóricos de la siguiente manera:

are met is the size of the sample and in relation to it.

According to De Calzadilla and Pino (2005), to carry out a detailed analysis of the size of the samples to be used and based on the facts addressed, summarizes what is related to the fulfillment of the theoretical assumptions as follows:

Tamaño de muestra Sample sizes	Cumplimiento de los supuestos / Compliance of the supposeds		
	Se cumplen / comply	**Se duda / doubt**	**No se cumplen / nota comply**
Pequeña / Small	Paramétrica / Parametric	No paramétrica / Not parametric	No paramétrica / Not parametric
Grande / Big	Paramétrica / Parametric	Análisis más profundo / Deeper analysis	No paramétrica / Not parametric

Según plantea De Calzadilla y Guerra (2000) independientemente cual sea el tamaño de muestra, siempre que se cumplan los supuestos básicos de las pruebas paramétricas, estas deben ser utilizadas, en caso contrario deben emplearse métodos no paramétricos; y ante la duda en el cumplimiento de los supuestos, debe analizarse en detalles la conducta a seguir, en particular cuando las muestras son grandes.

Hipótesis

Según plantea Egaña (2003) en todo problema de prueba de hipótesis se plantean dos hipótesis de trabajo.

According to De Calzadilla and Guerra (2000), regardless of the sample size, as long as the basic assumptions of parametric tests are met, they should be used, otherwise non-parametric methods should be used; and when in doubt as to compliance with the assumptions, the conduct to be followed should be analyzed in detail, particularly when the samples are large.

Hypothesis

According to Egaña (2003), in every hypothesis testing problem, two working hypotheses are proposed.

$$H_0 : \theta \in \Theta_0 \mapsto \text{hipótesis nula (o de nulidad)}$$

$$H_1 : \theta \in \Theta_1 \mapsto \text{hipótesis alternativa}$$

donde θ representa el parámetro en cuestión y $\Theta_0 \; y \; \Theta_1$ son subconjuntos no vacíos,

where θ represents the parameter in question and $\Theta_0 \; y \; \Theta_1$ are nonempty, mutuamente excluyentes de Θ, llamados espacios paramétricos, que es conjunto de todos los valores posibles del parámetro θ.

La hipótesis alternativa H_1 es cualquier hipótesis que excluye la hipótesis nula H_0, a menudo es la hipótesis contraria o la negación de H_0.

Para De Calzadilla y Guerra (2000) un aspecto de los métodos no paramétricos en relación con los paramétricos, lo constituyen los planteamientos de hipótesis para diferentes tipos de problemas, lo que en particular para dos muestras puede observarse así:

mutually exclusive subsets of Θ, called parameter spaces, which is the set of all possible values of the parameter θ.

The alternative hypothesis H_1 is any hypothesis that excludes the null hypothesis H_0, it is often the opposite hypothesis or the denial of H_0.

For De Calzadilla and Guerra (2000) one aspect of the non-parametric methods in relation to the parametric ones is the hypothesis approach for different types of problems, which in particular for two samples can be observed as follows:

Tipo de problema / Type of problem	**No paramétrica / Not parametric**	**Paramétrica / Parametric**
Localización / Location	$H_0 : F_y(x) = F_x(x)\ para\ toda\ x$ $H_1 : F_y(x) = F_x(x-\theta)\ para\ toda\ x$ $y\ al\varepsilon ún\ \theta \neq 0$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 \rangle \mu_2$ $\mu_1 \langle \mu_2$

Al observar dicha tabla se aprecia que en los métodos no paramétricos las hipótesis por lo general están referidas a las funciones de distribución de la población que se comparan pudiendo generalizarse de forma similar para más de dos poblaciones.

Errores de tipo I y errores de tipo II

Error de tipo I: Es el error que se comete cuando aceptamos una cierta H_1 siendo H_0 la hipótesis verdadera. Es decir, el error que cometemos si rechazamos H_0 siendo cierta.

Error de tipo II: Es el error que se comete al aceptar H_0 como cierta cuando la hipótesis realmente cierta es H_1.

Observing this table, it can be seen that in non-parametric methods the hypotheses are generally referred to the distribution functions of the population that are compared, and can be generalized in a similar way for more than two populations.

Type I errors and type II errors

Type I error: It is the error that is made when we accept a certain H_1 being H_0 the true hypothesis. That is, the error we make if we reject H_0 siendo cierta.

Error de tipo II: Es el error que se comete al aceptar H_0 as true when the actually true hypothesis is H_1.

	Se acepta / is accepted H_0	**Se rechaza / is rejected H_0**
H_0 **es cierta / it's true**	Decisión Correcta / correct decision	Error de tipo I / Type I error
H_0 **es falsa / It is false**	Error de tipo II / Type II error	Decisión Correcta / correct decision

La forma universal de disminuir las probabilidades de los dos tipos de errores es aumentando el tamaño de la muestra tanto como sea posible. Guerra *et al* (2006).

Decisión estadística

La decisión se plantea en función de rechazo o aceptación de H_0 y el procedimiento que nos permite tomar una de estas dos decisiones se denomina docimasia o prueba de hipótesis.

Al tomar una decisión se corre el riesgo de cometer uno de los dos errores posible (I o II), pero también hay dos posibilidades de tomar una decisión correcta.

Interesa medir las magnitudes de estos errores y tratar de que esas magnitudes sean las menores posibles, o sea, que la probabilidad de cometerlos sean suficientemente pequeñas. Resulta imposible reducir ambas probabilidades de cometer errores tanto como se quiera, puesto que una disminución de una de ellas provoca, en general, un aumento de la otra.

La solución encontrada para los matemáticos consiste en fijar el valor de una de ellas, preferiblemente la de cometer el error de connotación más grave a un nivel aceptadamente bajo, y tratar de hacer mínima la otra.

Con vistas a unificar las notaciones y optimizar el método, se fija el contenido de las hipótesis H_0 y H_1 convenientemente, de modo que el error de tipo I sea el de consecuencias más grave y la probabilidad de

The universal way to decrease the chances of both types of errors is to increase the sample size as much as possible. War et al (2006).

Statistical decision

The decision is made based on the rejection or acceptance of H_0 and the procedure that allows us to make one of these two decisions is called docimasia or hypothesis testing.

When making a decision, there is a risk of making one of the two possible errors (I or II), but there are also two possibilities of making a correct decision.

It is interesting to measure the magnitudes of these errors and try to make these magnitudes as small as possible, that is, that the probability of committing them is small enough. It is impossible to reduce both probabilities of making errors as much as you want, since a decrease in one of them causes, in general, an increase in the other.

The solution found for mathematicians consists in fixing the value of one of them, preferably that of committing the most serious connotation error at an accepted low level, and trying to minimize the other.

With a view to unifying the notations and optimizing the method, the content of the hypotheses is fixed H_0 y H_1 conveniently, so that the type I error is the one with the most serious consequences and the probability of committing it is fixed with a cometerlo se fija con un valor suficientemente pequeño el cual se denota por α aceptable por el investigador. En realidad, se fija α de modo que:

$$P\left\{rechazar\ H_0 \middle/ H_0 cierta\right\} \leq \alpha$$

$$\alpha \mapsto \text{nivel de significación}$$

Esto se debe interpretar como que α es la máxima probabilidad de cometer el error de tipo I.

Los valores del nivel de significación α que se utilizan más frecuentemente son 0,001; 0,01; 0,05; 0,10.

El nivel de significación debe indicarse conjuntamente con la decisión tomada para señalar que al tomar tal decisión se está corriendo un riesgo, pero en parte, controlado.

Según Egaña (2003) las medidas del riesgo que se corren son:

$P\{rechazar\ H_0 / H_0\ cierta\} = \alpha$ es la probabilidad de cometer el error de tipo I.

$P\{aceptar\ H_0 / H_0\ falsa\} = \beta$ es la probabilidad de cometer el error de tipo II.

Lo ideal sería que estas dos probabilidades se pudieran hacer muy pequeñas, pero no se puede disminuir una de ellas sin que aumente inmediatamente la otra. La solución consiste en fijar el valor de α suficientemente pequeño y tratar de hacer mínimo el valor de β.

Como esta no se controla se fija, entonces, el contenidos de las hipótesis de modo que el error de tipo I sea el de consecuencias más graves, así la probabilidad de cometerlo quedará convenientemente fijada.

sufficiently small value which is denoted by α acceptable to the researcher. actually fixed α so that:

This should be interpreted as α is the maximum probability of making the type I error.

Significance level values α that are most frequently used are 0.001; 0.01; 0.05; 0.10.

The level of significance should be indicated together with the decision made to indicate that making such a decision is taking a risk, but partly controlled.

According to Egaña (2003) the measures of the risk that are run are:

$P\{rechazar\ H_0 / H_0\ cierta\} = \alpha$ is the probability of making the type I error.

$P\{aceptar\ H_0 / H_0\ falsa\} = \beta$ is the probability of making the type II error

Ideally, these two probabilities could be made very small, but one cannot be decreased without immediately increasing the other. The solution is to fix the value of α small enough and try to minimize the value of β.

Since this is not controlled, the contents of the hypotheses are then fixed so that the type I error is the one with the most serious consequences, thus the probability of committing it will be suitably fixed.

Estadígrafos y región crítica

En todas las pruebas de hipótesis se utiliza un estadígrafo en dependencia de cuyo valor se tomará la decisión. En cada prueba se utilizará una notación para cada estadígrafo.

La región crítica es la región de rechazo de H_0 en una dócima, es decir, al conjunto de valores del estadígrafo que conduce a rechazar la hipótesis H_0. Guerra *et al*(2006); Egaña (2003).

En la teoría de las pruebas de hipótesis se trata de buscar para cada problema la dócima, o sea, la regla de decisión o región crítica tal que para un α fijo, la función de potencia tenga el valor máximo posible; en caso de que esto se logre, se habla de la dócima más potente o uniformemente más poderosa.

Guerra *et al* (2006) se recomienda un artificio lingüístico (no estadístico), el cual consiste en no aceptar nunca (de palabra) la hipótesis H_0; basta para ello expresar la decisión solo de una de las dos formas siguientes:

a) Rechazar H_0;
b) No rechazar H_0.

En tal caso, al no expresar "acepto H_0" no se comete el error de "aceptar H_0 siendo falsa", o sea, el error de tipo II. Claro está, esto es solo una forma de eludir la aceptación que no siempre es posible lograr en la práctica.

Propuesta de ejercicios para el Tema III: Estadística Inferencial

A continuación, les ofrecemos un grupo de ejercicios como propuestas para la práctica de los contenidos referentes al tema III (muchos de estos ejercicios tienen el enunciado igual a los ejercicios que aparecen en los ejercicios para el tema II).

Statisticians and critical región

In all hypothesis tests a statistician is used depending on whose value the decision will be made. In each test, a notation will be used for each statistician.

The critical region is the rejection region. H_0 in a test, that is, to the set of values of the statistician that leads to rejecting the hypothesis H_0. Guerra *et al*(2006); Egaña (2003).

In the theory of hypothesis tests, it is a matter of looking for the docima for each problem, that is, the decision rule or critical region such that for a α fixed, the power function has the maximum possible value; in case this is achieved, we speak of the most powerful or uniformly most powerful docima.

Guerra et al (2006) recommends a linguistic (non-statistical) artifice, which consists of never accepting (verbally) the hypothesis H_0; it suffices to express the decision in only one of the following two ways:

a) to reject H_0;
b) not refuse H_0.

In such a case, by not expressing "I accept H_0" do not make the error of "accept H_0 being false", that is, the type II error. Of course, this is just a way of avoiding acceptance that is not always possible to achieve in practice.

Proposal of exercises for Unit III: Inferential Statistics

Below we offer a group of exercises as proposals for the practice of the contents related to unit III (many of these exercises have the same wording as the exercises that appear in the exercises for unit II).

1. Teniendo en cuenta la tabla 6.1 de la pág. 121 del texto Estadística Guerra *et al* (2003) donde aparece la población determinada por los valores numéricos de la característica observada en 200 individuos que componen esta población (característica numérica es edad). Usted realizó un MAS con tamaño de muestra 30 en clases anteriores y calculó los estadígrafos que le permitían interpretar la muestra. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos:

a) Realice una estimación puntual de la media y la varianza poblacional.

b) Interprete cada resultado.

c) Teniendo en cuenta los siguientes parámetros poblacionales $\mu = 47.13$ y $\sigma^2 = 24.5320$, realice un análisis del error de estimación ejecutado en el inciso a).

1. Taking into account table 6.1 on p. 121 of the text Statistics Guerra et al (2003) where the population determined by the numerical values of the characteristic observed in 200 individuals that make up this population appears (numerical characteristic is age). You performed a MAS with sample size 30 in previous classes and calculated the statisticians that allowed you to interpret the sample. Taking into account the results obtained:

a) Perform a point estimate of the population mean and variance.

b) Interpret each result.

c) Taking into account the following population parameters $\mu = 47.13$ and $\sigma^2 = 24.5320$, perform an analysis of the estimation error performed in part a).

47	48	49	51	50	46	47	56	38	43
50	53	50	46	48	47	48	46	50	47
51	42	51	49	47	51	48	47	49	43
50	46	48	47	48	47	51	56	49	43
61	45	54	46	48	46	46	47	34	40
51	46	46	39	53	55	52	49	46	50
52	33	40	46	44	52	44	54	33	45
52	48	49	42	42	49	47	47	48	45
44	44	43	40	44	45	49	44	42	52
48	49	49	41	51	51	52	42	47	51
45	37	48	46	50	45	47	53	47	52
46	44	40	46	45	48	47	42	46	45
47	52	53	49	46	47	49	42	42	52
52	43	38	50	44	52	44	53	45	61
47	41	57	48	52	53	40	49	50	48
44	45	42	53	57	46	62	47	47	41
43	45	51	45	39	39	41	44	41	53
51	54	48	53	54	42	48	51	38	46
52	42	37	50	45	55	51	46	43	55
42	53	43	39	46	52	53	39	40	50

- ✓ A través del inciso f) se logrará realizar un análisis del error de los estimadores puntuales y se motivará a los estudiantes para el estudio de los estimadores por intervalos de confianza.

2. Los siguientes datos fueron extraídos de una investigación:

- Se muestra el tiempo invertido en recorrer 1000 metros (m) por un equipo para asperjar un producto orgánico para el crecimiento de plantas de fruta bomba. Los datos fueron tomados por surcos y están expresados en segundos (segundos):

Muestra # 1: **564, 504, 612, 618, 540, 582, 588, 562, 534, 528, 570, 582**

- Los datos que damos a continuación corresponden a la longitud de los tallos (metros), tomados el día del 20 después de asperjar el producto.

Muestra # 2: **1.65; 1.61; 1.69; 1.70; 1.64; 1.67; 1.68; 1.67; 1.63; 1.61; 1.66; 1.65**

A continuación, se ofrece la salida del Statgraphics al procesar ambas variables en estudio:

- ✓ Through subsection f) it will be possible to carry out an analysis of the error of the punctual estimators and the students will be motivated to study the estimators by confidence intervals.

2. The following data was extracted from an investigation:

- The time invested in traveling 1000 meters (m) by a team to spray an organic product for the growth of papaya plants is shown. The data was taken by furrows and is expressed in seconds (seconds):

Sample # 1: **564, 504, 612, 618, 540, 582, 588, 562, 534, 528, 570, 582**

- The data that we give below corresponds to the length of the stems (meters), taken on the 20th day after spraying the product.

Sample # 2: **1.65; 1.61; 1.69; 1.70; 1.64; 1.67; 1.68; 1.67; 1.63; 1.61; 1.66; 1.65**

Below is the output of Statgraphics when processing both variables under study:

Resumen Estadístico para Tiempos / Statistical Summary for Times

---

Frecuencia / Frequency = 12

Media / Mean = 566.167

Mediana / Median = 567.0

Moda / Mode = 582

Varianza / Variance = 1205.42

Desviación Típica / Typical deviation= 34.7192

Error Estándar / Standard Error = 10.0226

Mínimo / Minimum = 504.0

Resumen Estadístico para Longitudes / Statistical Summary for Lengths

---

Frecuencia / Frequency = 12

Media / Mean = 1.655

Mediana / Median = 1.655

Moda / Mode = 1.65, 1.61, 1.67

Varianza / Variance = 0.000845455

Desviación Típica / Typical deviation = 0.0290767

Error Estándar / Standard Error = 0.00839372

Mínimo / Minimum= 1.61

Máximo / Maximum= 618.0

Coeficiente de variación /

Coeff of variation = 6.13233 %

Máximo / Maximum = 1.7

Coeficiente de variación /

Coeff. Of variation = 1.7569 %

a) Realice una estimación puntual de la media y la varianza poblacional.

b) Interprete cada resultado.

c) Determine un intervalo de confianza para la media y la varianza (para un 90 % de confianza.

d) Interprete cada resultado.

Respuestas:

a. Tiempos: $\bar{x} \rightarrow \hat{\mu} = 566.167s$ y

$s^2 \rightarrow \hat{\sigma}^2 = 1205.42s^2$ o

$s \rightarrow \hat{\sigma} = 34.7192s$

Longitudes: $\bar{x} \rightarrow \hat{\mu} = 1.655m$ y

$s^2 \rightarrow \hat{\sigma}^2 = 0.0008m^2$ o

$s \rightarrow \hat{\sigma} = 0.0290m$

b. En todos los surcos del campo de siembra (población) se empleará como promedio estimado de 566.167 segundos para asperjar el producto en cada surco. Con una variabilidad estimada de $1205.42s^2$ (varianza estimada) o 34.7192s (desviación típica estimada), con respecto al promedio estimado.

a) Perform a point estimate of the population mean and variance.

b) Interpret each result.

c) Determine a confidence interval for the mean and variance (for 90% confidence.

d) Interpret each result.

Respuestas:

a) time: $\bar{x} \rightarrow \hat{\mu} = 566.167s$ y

$s^2 \rightarrow \hat{\sigma}^2 = 1205.42s^2$ o

$s \rightarrow \hat{\sigma} = 34.7192s$

lengths: $\bar{x} \rightarrow \hat{\mu} = 1.655m$ y

$s^2 \rightarrow \hat{\sigma}^2 = 0.0008m^2$ o

$s \rightarrow \hat{\sigma} = 0.0290m$

b) In all the rows of the sowing field (population), an estimated average of 566,167 seconds will be used to spray the product in each row. With an estimated variability of $1205.42s^2$ (estimated variance) or 34.7192s (estimated standard deviation), with respect to the estimated average.

c) Para Tiempos:

Datos.

$$1-\alpha = 0.90 \Rightarrow \alpha = 0.10$$
$$n = 12$$
$$\bar{x} = 566.167s$$
$$s^2 = 1205.42s^2 \Rightarrow s = 34.7192s$$

$$d = \frac{s}{\sqrt{n}} t(n-1:1-\frac{\alpha}{2}) = \frac{34.7192}{\sqrt{12}} .t_{\left(12-1,1-\frac{0.10}{2}\right)} = 10{,}03.1{,}80 = 18{,}054$$

Nota: El percentil de $t_{(11,0.95)} = 1{,}80$

Por lo tanto $\bar{x} \pm d = 566.167 \pm 18{,}054$

Máximo: $566.167 + 18.054 = 584.221$

Mínimo: $566.167 - 18.054 = 548.113$

Se estima que el tiempo promedio para asperjar cada surco del campo estará entre los (548.113s; 584.221s) con una confianza del 90 %.

✓ Recomendamos al estudiante realizar este ejemplo con la variable longitud.

It is estimated that the average time to spray each row of the field will be between (548.113s; 584.221s) with a confidence of 90%.

We recommend the student to carry out this example with the length variable.

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}} ; \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2;n-1}} \right) = \left[\frac{(12-1)1205{,}42}{\chi^2_{1-\frac{0.10}{2};12-1}} ; \frac{(12-1)1205{,}42}{\chi^2_{\frac{0.10}{2};12-1}} \right]$$

Nota: Los percentiles son $\chi^2_{0.90;11} = 17.3$ y $\chi^2_{0.05;11} = 4.57$

Por lo tanto

Máximo: $\frac{13259{,}62}{4{,}57} = 2901{,}44$ Mínimo: $\frac{13259{,}62}{17{,}3} = 766{,}45$

Se estima que la varianza de la población estará en un tiempo entre (766,45s^2; 2901,44s^2) con una confianza del 90 %.

✓ Recomendamos al estudiante realizar el ejemplo anterior con la variable longitud.

Con el objetivo de probar el efecto de 4 tratamientos diferentes para incrementar el peso (kilogramos) de melones, un grupo de

It is estimated that the variance of the population will be at a time between (766.45s2; 2901.44s^2) with a confidence of 90%.

✓ We recommend that the student carry out the previous example with the length variable.

In order to test the effect of 4 different treatments to increase the weight (kilograms) of melons, a investigadores diseñan un experimento donde seleccionan una muestra aleatoria simple de tamaño 8 (por cada tratamiento aplicado). La muestra seleccionada presenta características similares en cuanto a su tiempo de siembra, variedad, atención del cultivo, tiempo de recolección; obteniéndose los siguientes resultados después de concluir la experiencia: (los pesos son de las cajas con la misma cantidad de productos):

group of researchers designed an experiment where they selected a simple random sample of size 8 (for each applied treatment). The selected sample presents similar characteristics in terms of sowing time, variety, crop care, harvest time; obtaining the following results after concluding the experience: (the weights are of the boxes with the same amount of products):

Tratamiento #1: 64.2; 67.9; 68.9; 69.1; 70.2; 71.0; 72.0; 67.6

Tratamiento #2: 75.1; 70.9; 71.7; 69.1; 73.6; 70.3; 71.8; 72.0

Tratamiento #3: 66.6; 68.2; 68.8, 69.2; 69.8; 70.1; 71.2; 72.2

Tratamiento #4: 68.6; 72.1; 68.6; 68.0; 69.0; 69.0; 69.9; 70.1

Al procesar los datos se obtiene la siguiente salida / Processing the data yields the following output:

Resumen Estadístico

	Tratam. 1	Tratam. 2		Tratam. 3	Tratam. 4
Frecuencia	8	8	Frecuencia	8	8
Media	68.8625	71.8125	Media	69.5125	69.4125
Varianza	5.78839	3.50411	Varianza	3.04411	1.65554
Deviación Típica	2.40591	1.87193	Deviación Estándar	1.74474	1.28668

Analice si existen diferencias significativas entre los tratamientos aplicados. (Plantee la hipótesis, tome una decisión y dar conclusiones):

Nota: Se cumplen las hipótesis de base para aplicar una prueba paramétrica.

Respuesta:

- ✓ Montar una base de datos con el paquete estadístico Statgraphics. Procesar la misma utilizando del menú principal el camino COMPARACIÓN/ANÁLISIS DE VARIANZA/ ANOVA SIMPLE. Introducir

Analyze whether there are significant differences between the applied treatments. (Pose the hypothesis, make a decision and give conclusions):

Note: The basic hypotheses to apply a parametric test are fulfilled.

Response:

- ✓ Set up a database with the statistical package Statgraphics. Process it using the COMPARISON/ANALYSIS OF VARIANCE/SIMPLE ANOVA path from the main menu. Enter the data and ACCEPT.

los datos y ACEPTAR. Se obtendrá la siguiente salida:

The following output will be obtained:

Tabla ANOVA para PESOS según TRATAMIENTOS

Análisis de la Varianza

Fuente	Sumas de cuad.	Gl	Cuadrado Medio	Cociente-F	P-Valor
Entre grupos	40,975	3	13,6583	3,90	0,0190
Intra grupos	97,945	28	3,49804		
Total (Corr.)	138,92	31			

Hipótesis

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu$

H_1: al menos dos μ_i difieren

Decisión

P {Rechazar H_0 / H_0 verdadera / } $\leq \alpha$ ----------Rechazo H_0

p-valor = 0,0190 < 0,05 ----Rechazo H_0

Conclusión

Hay diferencias significativas entre al menos 2 de los tratamientos analizados.

Activar la Prueba de Duncan a través del camino: OPCIONES TABULARES/ CONTRASTE MÚLTIPLE DE RANGOS. Se obtendrá la siguiente salida:

conclusion

There are significant differences between at least 2 of the treatments analyzed.

Activate Duncan's Test through the path: TABULAR OPTIONS/ MULTIPLE RANGE CONTRAST. The following output will be obtained:

Contraste Múltiple de Rango para PESOS según TRATAMIENTOS

Método: 95,0 porcentaje Duncan

TRATAMIENTOS	Frec.	Media	Grupos homogéneos
1	8	68,8625	X
4	8	69,4125	X
3	8	69,5125	X
2	8	71,8125	X

Interpretación

Entre los tratamientos 1, 3 y 4 no hay diferencias ($\mu_1 = \mu_3 = \mu_4$), pero estos si difieren significativamente con respectos al tratamiento 2 ($\mu_2 \neq \mu_1$, $\mu_2 \neq \mu_3$ $\mu_2 \neq \mu_4$). El mejor tratamiento es el 2.

4. Un grupo de ingenieros están interesados en investigar los efectos de tres métodos diferentes que intervienen en el proceso agrícola para obtener el café Regil. Uno de los factores que interviene está relacionado con la masa seca de las 12 bolsas de muestra por tratamientos aplicados. Las muestras tienen características similares en cuanto a variedad de cafetos, tiempo de siembra y recogida, atención a los cultivos. La tabla que aparece a continuación, refleja los resultados de las masas secas de las muestras de café en las bolsas según el método de tratamiento aplicado en la experiencia (gramos):

Interpretation

Between treatments 1, 3 y 4 no differences

($\mu_1 = \mu_3 = \mu_4$), but these do differ significantly with respect to treatment 2 ($\mu_2 \neq \mu_1$, $\mu_2 \neq \mu_3$, $\mu_2 \neq \mu_4$) The best treatment is 2.

4. A group of engineers are interested in investigating the effects of three different methods involved in the agricultural process to obtain Regil coffee. One of the factors involved is related to the dry mass of the 12 sample bags for applied treatments. The samples have similar characteristics in terms of variety of coffee trees, planting and harvesting time, attention to crops. The table below eflects the results of the dry masses of the coffee samples in the bags according to the treatment method applied in the experience (grams):

Método A: 35, 31, 34, 33, 21, 39, 31, 36, 36, 30, 27, 39

Método B: 30, 36, 35, 29, 27, 29, 35, 34, 29, 26, 26, 36

Método C: 28, 32, 29, 37, 33, 30, 30, 31, 35, 31, 27, 37

a) Si los datos cumplen con las hipótesis de base, que prueba de hipótesis paramétrica se recomienda para comparar los métodos en estudio. ¿Por qué?

b) Plantee la hipótesis, tome conclusiones y emita conclusiones al comparar dichos métodos. (La salida del Statgraphics se ofrece a continuación:

a) If the data meet the underlying hypotheses, which parametric hypothesis test is recommended to compare the methods under study. Why?

b) Hypothesize, draw conclusions, and draw conclusions when comparing these methods. (The Statgraphics output is given below:

Tabla ANOVA para PESOS según METODOS

Análisis de la Varianza

Fuente	Sumas de cuad.	Gl	Cuadrado Medio	Cociente-F	P-Valor
Entre grupos	17,9798	3	5,99327	0,33	0,8025
Intra grupos	578,242	32	18,0701		
Total (Corr.)	596,222	35			

Respuestas:

a) La prueba de ANOVA simple, ya que nos permite comparar 3 medias entre sí, en grupos homogéneos.

Answers:

a) The simple ANOVA test, since it allows us to compare 3 means with each other, in homogeneous groups.

b)

Hipótesis

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$

H_1: al menos dos μ_i difieren

Decisión

P {Rechazar H_0 / H_0 verdadera / } $\leq \alpha$ ----------Rechazo H_0

p-valor = 0,8025 > 0,05 ----No Rechazo H_0

Conclusiones

No hay diferencias significativas entre los métodos. Por lo tanto, no podemos decir que hay un método que reporta mejores resultados que otro.

Conclusions

There are no significant differences between the methods. Therefore, we cannot say that there is a method that reports better results than another.

5. Los siguientes datos muestran la cantidad sacos de papas que se llenan en un campo utilizando una máquina tradicional de recogida durante un período de tiempo determinado:

5. The following data shows the number of sacks of potatoes that are filled in a field using a traditional harvesting machine during a given period of time:

45, 34, 42, 69, 58, 51, 72, 56, 82, 45, 34, 39, 62, 65, 92, 56, 91, 73, 73, 55, 75, 70, 40, 45, 53, 54, 69, 85, 60, 78, 60, 70, 83, 52, 65

Después de un plan de reajuste en las máquinas y aplicar una nueva tecnología, se realizó una segunda recogida en otra área de cultivo, recolectándose la siguiente información:

After a readjustment plan in the machines and applying a new technology, a second collection was carried out in another cultivation area, collecting the following information:

58, 40, 45, 70, 58, 56, 80, 59, 81, 47, 63, 51, 66, 69, 100, 59, 95, 78, 73, 50, 75, 78, 50, 46, 59, 72, 90, 61, 75, 86, 58, 66, 88, 58, 70

Los ingenieros agrícolas afirman que los pesos de los sacos de papas obtenidos tiene un mayor peso lo cual repercute en una mejor calidad, que los quesos obtenidos por el ciclo tradicional.

a) Analice si existen diferencia entre los pesos promedios de los sacos de papas obtenidos por el método tradicional y los obtenidos por la nueva tecnología.

b) Dé conclusiones con respecto al supuesto de los ingenieros.

Respuestas:

a)

Agricultural engineers affirm that the weights of the bags of potatoes obtained have a greater weight, which results in a better quality, than the cheeses obtained by the traditional cycle.

a) Analyze if there is a difference between the average weights of the sacks of potatoes obtained by the traditional method and those obtained by the new technology.

b) Give conclusions regarding the assumption of the engineers

Answers:

a)

Tabla ANOVA para PESOS según CICLOS

Análisis de la Varianza

Fuente	Sumas de cuad.	Gl	Cuadrado Medio	Cociente-F	P-Valor
Entre grupos	447,557	1	447,557	1,89	0,1733
Intra grupos	16067,3	68	236,284		
Total (Corr.)	16514,9	69			

Hipótesis

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

Decisión

P{Rechazar H_0 / H_0 verdadera / } $\leq \alpha$ ----------Rechazo H_0

p-valor = 0,1733 > 0,05 ----No Rechazo H_0

Conclusiones

No hay diferencias significativas entre los promedios de los pesos de los sacos de papas. Por lo tanto, no podemos decir que hay un método que sea mejor que el otro.

b) Con respecto al supuesto de los ingenieros agrícolas: este no es correcto, ya que una producción obtenida con una nueva tecnología después de una reparación, que reporte un aumento de los pesos, no es una idea que indique que este sea mejor que el método tradicional.

6. (Para este ejercicio el estudiante puede consultar el video 6d que aparece en la carpeta digital que ofrece esta asignatura).

Un investigador propone cuatro ciclos de tratamiento con Vermicompostaje para mejorar semillas de frijoles que serán tratadas en cuatro ciclos diferentes. Los granos tienen características similares ya que proceden de la misma variedad, se sembrarán en terrenos con iguales condiciones, recibirán la misma atención. Para ejecutar la experiencia se emplea la misma cantidad de semillas tratadas por ciclos de tratamientos y al final se pesará la producción obtenida.

Conclusions

There are no significant differences between the mean weights of sacks of potatoes. Therefore, we cannot say that one method is better than the other.

b) Regarding the assumption of the agricultural engineers: this is not correct, since a production obtained with a new technology after a repair, which reports an increase in weights, is not an idea that indicates that this is better than the traditional method.

6. (For this exercise, the student can consult video 6d that appears in the digital folder offered by this subject).

A researcher proposes four cycles of Vermicomposting treatment to improve bean seeds that will be treated in four different cycles. The grains have similar characteristics since they come from the same variety, they will be planted in land with the same conditions, they will receive the same attention. To carry out the experiment, the same amount of seeds treated per cycle of treatments is used and at the end the production obtained will be weighed.

CICLO 1: Durante 5 días consecutivos se aplica vermicompost 1/30.

CICLO 2: Durante 5 días consecutivos se aplica vermicompost 1/40.

CICLO 3: Durante 5 días consecutivos se aplica vermicompost 1/60.

CICLO 4: Durante 5 días consecutivos se aplica vermicompost 1/80.

Al finalizar la experiencia se recolecta la siguiente producción:

CICLO 1---	35	34,7	33,9	34,1	34	33,6	35	34,4	33,8	34,5
CICLO 2---	33,6	33,1	34	34,6	34,6	33,4	34,5	34,1	33,2	34,1
CICLO 3---	35,6	35,8	36,2	36	36,9	37,2	38,1	37,9	36,2	35,9
CICLO 4---	32,1	31,6	31,7	32,6	33	32,2	33	31,2	31,8	32,5

¿Existirán diferencias entre los ciclos de tratamientos de las semillas que influyen en la producción que se obtiene? ¿Cuál debe recomendarse como el mejor?

Respuesta:

Los resultados promedios por tratamientos son:

Will there be differences between the seed treatment cycles that influence the production obtained? Which should be recommended as the best?

Answer:

The average results per treatment are:

$\bar{x}_{CICLO\ 1}$= 34,30 kg $\bar{x}_{CICLO\ 2}$= 33,92 kg $\bar{x}_{CICLO\ 3}$= 36,58 kg $\bar{x}_{CICLO\ 4}$= 32,17 kg

Salida del Statgraphics / Statgraphics output:

Tabla ANOVA para PESOS según CICLOS

Análisis de la Varianza

Fuente	Sumas de cuad.	Gl	Cuadrado Medio	Cociente-F	P-Valor
Entre grupos	98,6647	3	32,8882	75,83	0,0000
Intra grupos	15,613	36	0,433694		
Total (Corr.)	114,278	39			

Contraste Múltiple de Rango para PESOS según CICLOS

Método: 95,0 porcentaje Duncan

CICLOS	Frec.	Media	Grupos homogéneos
4	10	32,17	X
2	10	33,92	X
1	10	34,3	X
3	10	36,58	X

Hipótesis

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu$$

$$H_1: \text{al menos dos } \mu_i \text{ difieren}$$

Decisión

$$P\{\text{Rechazar } H_0 \,/\, H_0 \text{ verdadera } /\} \leq \alpha \text{ ----------Rechazo } H_0$$

$$\text{p-valor} = 0{,}0000 < 0{,}05 \text{ ----Rechazo } H_0$$

Conclusiones

Hay diferencias significativas entre al menos 2 de los tratamientos analizados.

Interpretación:

Entre los tratamientos 1 y 2 no hay diferencias ($\mu_1 = \mu_2$), pero estos si difieren significativamente con respectos al tratamiento 2 ($\mu_2 \neq \mu_4$, $\mu_2 \neq \mu_3$, $\mu_1 \neq \mu_4$, $\mu_1 \neq \mu_3$). El mejor tratamiento es el 3.

Conclusions

There are significant differences between at least 2 of the treatments analyzed.

Interpretation

There are no differences between treatments1 and 2. ($\mu_1 = \mu_2$), but these do differ significantly with respect to treatment 2 ($\mu_2 \neq \mu_4$, $\mu_2 \neq \mu_3$, $\mu_1 \neq \mu_4$, $\mu_1 \neq \mu_3$). The best treatment is 3.

Bibliografía / References

Black, K. 2018. Estadística para la toma de decisiones. Universidad del lago claro Houston. Compañía Editorial Continental. 396 p.

Bonilla, G. 1988. Métodos Prácticos de Inferencia Estadística. UCA Editores, San Salvador. El Salvador. 343 p.

Cué, J. L; Castell, E; Hernández, J. M. 1987. Estadística I. Universidad de la Habana. La Habana. Cuba. 357 p.

De Calzadilla, J; Guerra, C. W. 2000. Utilización de la estadística no paramétrica en la rama agropecuaria. Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias. Vol. 9, Marzo-Abril.83 – 84 pp.

De Calzadilla, J; Pino, J. A. 2005. Utilización de la Estadística clásica y no paramétrica en el trabajo de culminación de estudios universitarios en la carrera de Cultura Física. Memorias V Congreso Internacional Virtual de Educación. 7 – 27 de Febrero 2005. Islas Baleares. España. Consultar en: www.cibereduca.com.

Egaña, E. 2003. La Estadística herramienta fundamental en la investigación pedagógica. Editorial Pueblo y Educación. 404 p.

Farell, G. E; Egaña, E; Fernández, F. 2003. Investigación Científica y nuevas tecnologías. Editorial Científico-Técnica. 132 p.

Guerra, C. W; Hernández, E; Barrero, R; Egaña, E. 2006. Estadística. Editorial “Félix Varela”. La Habana. Cuba. 376 p.

Hoel, P. G. 1980. Estadística Elemental. Edición Revolucionaria. La Habana. Cuba. 340 p.

Miller, I; Freund, J. E; Johnson, R. 2008. Probabilidades y estadísticas para ingenieros. Prentice Hall. México. 624 p.

Mood, A. 1960. Introducción a la teoría de la Estadística. Edición Aguilar. Madrid. 453 p.

Ostle, B. 1981. Estadística Aplicada. Editorial Científico-Técnica. La Habana. 629 p.

Pino, J. A; Sabín, Y; García, L. 2001. Estimación, muestreo y simulación. Monografía. Biblioteca Virtual UNAH.

Pino, J. A; Arteaga, M; Sabín, Y; García, L; Torres, V; Quintero, A. 2006. Método intensivo por ordenador Bootstrap. Revista Ciencia e Ingeniería Aplicada. Centro de Investigaciones Universidad de la Guajira. Año 1, Vol. 1, Diciembre. Riohacha. Colombia. 144 p.

Pino, J. A; Arteaga, M; De Calzadilla, J; Toledo, V. 2016. El diseño experimental como asignatura optativa para estudiantes de la carrera de Ingeniería Agrícola. Revista. Ciencias Técnicas Agropecuarias. Vol. 25, No. 2, Abril-Mayo-Junio. 05 – 10 pp.

Siegel, S; Castellan, N. J: 1995. Estadística no paramétrica a las Ciencias de la conducta. Cuarta edición. Editorial Trillas, México. 437 p.

Steel, R; Torrie, J. H. 1988. Bioestadística. Principios y Procedimientos. Segunda Edición (Primera en Español). Editorial Mc. Graw-Hill. 622 p.

Walpole, R. E; Myers, R. M; Myers, S. L. 2008. Probabilidad y estadística para ingenieros. Parte II. Sexta Edición. Prentice Hall. México. 739 p.