Ingeniería Agrícola, ISSN-2306-1545, E-ISSN-2227-8761, Vol. 13, No. 4 (octubre-noviembre-diciembre pp. 59-66), 2023
https://cu-id.com/2284/v13n4e09

PUNTOS DE VISTA

Formulación de la política de mantenimiento de las máquinas agrícolas utilizando la cadena de Markov

Formulation of the maintenance policy of agricultural machines using the Markov chain

Dr.C. Antonio Daquinta-Gradaille[I1], MSc. Antonio Daquinta-de la Cruz[II], Ing. Ardían Daquinta-Márquez[III]

[I] Agencia Servicuba, Inc: Hialeah, Florida, USA.
[II] Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez, Ciego de Ávila, Cuba.
[III] TEMAI Ingenieros S. L.

RESUMEN. Un sinnúmero de métodos y formas pueden surgir a la hora de realizar, estudios o análisis del comportamiento de la Gestión de Mantenimiento para determinar si la política de mantenimiento aplicada es la más correcta en una empresa, lo fundamental es saber medir la actividad que vas a evaluar, teniendo siempre presente que la misión del mantenimiento es garantizar la máxima confiabilidad de operación en los equipos e instalaciones agropecuarias reduciendo los costos con una eficiente gestión. En este artículo, dada la imposibilidad, inclusive dentro de un parque de máquinas agrícolas, de encontrar homogeneidad en la aplicación de una metodología general que permita organizar el servicio técnico, que estuviese avalado matemáticamente, fue necesario hacer un análisis de confiabilidad y mediante la utilización de cadenas de Markov de primer orden, obtener las ecuaciones lineales finales, a través del grafo de estado y con la aplicación del álgebra matricial determinar las condiciones del estado estable. Lo que permite que, conocida la confiabilidad y mantenibilidad de un equipo o parque de máquinas agrícola, se puede determinar el coeficiente de disponibilidad y orientar correctamente la política de mantenimiento a utilizar, lo cual constituye objetivo del presente trabajo.

Palabras clave: confiabilidad, eficiencia, proceso estocástico, operación, gestión.

ABSTRACT. An innumerable number of methods and forms can arise when carrying out studies or analysis of the behavior of Maintenance Management in a company to determine if the applied maintenance policy is the most correct, the fundamental thing is to know how to measure the activity that you are going to evaluate, always keeping in mind that the maintenance objective is to guarantee maximum operational reliability in agricultural equipment and facilities, reducing costs with efficient management. In this article, given the impossibility, even within a park of agricultural machines, of finding homogeneity in the application of a general methodology that would allow organizing the technical service, which was mathematically endorsed, it was necessary to carry out a reliability analysis and through the use of first order Markov chains, obtain the final linear equations, through the state graph and with the application of matrix algebra determine the conditions of the stable state. This allows that, once the reliability and maintainability of a piece of equipment or farm machinery is known, the availability coefficient can be determined and the maintenance policy to be used can be correctly guided, the objective of this work.

Keywords: Reliability, Efficiency, Stochastic Processes, Operation, Management.

INTRODUCCION

Las decisiones tomadas en cuanto a la implementación de filosofías y/o políticas de mantenimiento no se deben restringir solamente al monitoreo de los sistemas completos o sus componentes, estas decisiones deben estar basadas en análisis

[1] Autor para correspondencia: Antonio Daquinta-Gradaille, e-mail: daquintagradaille@gmail.com ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-7723-5324
Recibido: 15/02/2023.
Aprobado: 01/09/2023.

que permitan definir claramente caminos a seguir durante las actividades de mantenimiento. La determinación y evaluación de políticas de mantenimiento es un campo altamente probabilístico (Escobar-Mejía et al., 2007).

Los métodos estocásticos constituyen una herramienta para el estudio de procesos donde se toman en consideración las variables aleatorias. Un proceso estocástico es aquel cuyo comportamiento no es determinista y se caracteriza por acciones predecibles y con un elemento aleatorio de probabilidades tomando en cuenta la variabilidad según Allen (2010); Delgado-Moya & Marrero-Severo (2018); Lawler (2018), donde las variables evolucionan a lo largo del tiempo de forma total o parcialmente aleatoria.

Todos los procesos de decisión involucrados con el mantenimiento son estocásticos por naturaleza debido a la gran cantidad de factores ambientales de carácter incierto que afectan la duración de la vida de servicio y la variabilidad inherente con cada componente (Schneider et al., 2006). Una de las metodologías existentes para tratar este tipo de retos son las cadenas de Markov las cuales presentan un marco teórico definido especialmente para adentrarse dentro de la solución de problemas donde las variables son probabilísticas, como es el caso de las probabilidades de falla y de condición en los sistemas de producción o cualquier activo requiriendo mantenimiento, propuesto por el matemático ruso Andrey Markov en 1906 con base en métodos probabilísticos dependientes del último evento precedente; poseen la peculiaridad de tener memoria, recordando el último evento y, por ende, este condiciona las posibilidades de los eventos futuros (Älvarez, 2023). Así, un proceso de Markov es aquel en el que, para predecir el comportamiento futuro de la variable aleatoria, únicamente es relevante su valor actual. Su aplicación en procesos productivos se realiza luego de tener información y análisis de tiempos de producción, producto desechado y reprocesos (Kirkwood, 2015).

La filosofía de mantenimiento se centra en la selección del estado futuro al cual puede llegar la degradación del sistema y por tanto una vez en él se debe recobrar el estado anterior. Este tipo de modelo asume que la labor de mantenimiento se realiza garantizando que el sistema no cambia de estado antes de ser llevado a efecto. Al modelar las políticas de mantenimiento utilizando las cadenas de Markov permite predecir cómo se comportará un sistema durante su ciclo de vida, determinar las estrategias a tomar e identificar los tipos de riesgo involucrados con cada estrategia en estudio (Escobar-Mejía et al., 2007).

Un proceso estocástico es un proceso aleatorio que evoluciona de acuerdo con parámetro que por general es el tiempo t. La variable de estado S que describe el proceso esta indexada por el parámetro o índice del proceso. Por lo tanto, un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias, existiendo una variable aleatoria por cada valor del parámetro t del proceso (Rosas & Rosas, 2019; Zapata, 2011).

La cadena de Markov, también conocida como modelo o proceso de Markov, es un concepto desarrollado dentro de la teoría de la probabilidad y la estadística que establece una fuerte dependencia entre un evento y otro suceso anterior. Su principal utilidad es el análisis del comportamiento de procesos estocásticos (Sánchez, 2020). Es una herramienta que permite para ciertos problemas, determinar la probabilidad con la cual el proceso puede llegar a un estado S; carecen de memoria, es decir la transición a un estado siguiente solo depende del estado presente en que se encuentre el sistema y no importa el recorrido que ha realizado para llegar al estado presente. En este tipo de proceso la variable aleatoria de estado S y el parámetro tiempo se consideran variables discretas (Bedoya & Barrera, 2006).

Las cadenas de Markov de primer orden, pueden usarse como modelo de un proceso físico o económico que tengan las siguientes propiedades: El conjunto de sucesos posible es finito, la probabilidad del suceso permanece constante en el tiempo y la probabilidad del siguiente suceso depende solamente del suceso inmediatamente anterior. Si un suceso depende de otro además del inmediatamente anterior, es una cadena de mayor orden.

Para analizar esta clase de problemas se utiliza las cadenas de Markov. En realidad, esto constituye un proceso estocástico o aleatorio y como tal responde a las leyes probabilísticas, y pueden analizarse teóricamente utilizando los fundamentos de la teoría clásica de probabilidades. Los conceptos de las cadenas de Markov ofrecen un método más apropiado para efectuar este análisis. Inicialmente, pueden ser convenientes imaginarse una cadena de Markov como una técnica de análisis apropiada para un caso especial de problema de probabilidades. Muchos problemas de investigación de operaciones se componen de sucesos discretos, los cuales dependen de un resultado anterior. En estos casos, puede utilizarse ventajosamente las cadenas de Markov tanto en modelaje como en análisis. Algunos ejemplos son los problemas de reemplazo de las máquinas agrícolas, inventarios de los recursos necesarios para el mantenimiento o la reparación; colas para recibir servicios técnicos entre otros (Daquinta-De la Cruz & Daquinta-Gradaille, 2021).

Con este trabajo se presenta la conceptualización y las herramientas para que los gestores del mantenimiento de un equipo o parque de máquinas agrícola, puedan determinar el coeficiente de disponibilidad y orientar correctamente la política de mantenimiento a utilizar conocida la confiabilidad y mantenibilidad

DESARROLLO DEL TEMA

De acuerdo a los múltiples trabajos sustentados en Cadenas de Markov que al momento han sido publicados, es posible constatar que, de hecho, éstas estructuras proporcionan una ingeniosa y elegante herramienta matemática que ha venido facilitando el manejo de información acumulada, apoyando con ello la formulación de políticas dirigidas a resolver problemas reales en tan diversas áreas ajenas a las Matemáticas, lo cual enfatiza el potencial de dicho instrumento (Rosas & Rosas, 2019).

Cada suceso individual se denomina un estado S. Por lo tanto, habrá tantos estados como sucesos posibles. Para propósitos de notación S_i significará el i-ésimo estado de un total de m estados posibles, donde $\infty > m \geq 2$. Cada vez que se produce un nuevo resultado o suceso se dice que el proceso ha avanzado o que se ha incrementado en un paso. Esto puede repetirse tantas veces como se desee. Un paso puede representar un periodo de tiempo o cualquier otra condición que pueda conducir a otro suceso posible. El símbolo n se utiliza para indicar el número de pasos o incrementos cuando n=0 representa el presente; n=1, representa el suceso posible en la siguiente ocasión; y n=2 representa una ocasión después de la siguiente (Shamblin & Stevens Jr, 2010).

A manera de ejemplo, se considera la siguiente situación hipotética. El estado de una máquina agrícola puede describirse como una cadena de Markov. En este caso un estado puede describir la condición de la máquina en funcionamiento, en espera de recibir un mantenimiento o en espera de ser reparada por una falla, o en proceso de reparación, tal como lo ilustra la Tabla 1. Cada estado es discreto, y por lo menos en algunos casos la probabilidad del estado de la máquina agrícola, en la siguiente observación depende de su estado actual.

TABLA 1. Descripción de los estados S posibles

Notación del estado	Descripción física
S_1	La máquina está funcionando
S_2	La máquina está parada por mantenimiento o reparación.
S_3	La máquina está en mantenimiento o reparación

El problema analizado durante la determinación del número esperado de fallas demuestra que la cantidad de combinaciones se hace bastante grande a medida que aumenta el número de intervalos de tiempo n. Este caso se puede manejar con mayor facilidad si se formula según una cadena de Markov, reconociendo la existencia de un procedimiento paso a paso, al proseguir desde un intervalo de tiempo hasta el siguiente. Considerando los estados de la cadena de Markov como las edades de la i-ésima unidad de la máquina agrícola.

Al presentarse las fallas en la máquina agrícola esta deben repararse o reemplazarse y por tanto comienza el siguiente periodo con una vida de servicio anterior igual a cero. Esto significa que no funciona durante el resto del turno de trabajo. El número total de estados requerido para una cadena de Markov se determina de acuerdo con la vida de servicio posible máxima de la máquina agrícola en cuestión. Con base en esto, se formula una matriz de transición para representar las probabilidades de falla o no falla durante el siguiente periodo.

Es claro que este tipo de modelamiento requiere que el estado futuro dependa únicamente del estado presente y sea independiente de los estados pasados. Si esto es así, entonces se puede decir que el proceso tiene la propiedad Markoviana. Por conveniencia, una matriz de transición puede observarse como una tabla "*desde-hasta*" en la cual se presentan las probabilidades de que el proceso avance desde el estado S_i hasta el estado S_j en un paso (Guzmán, 2017). Estas matrices deben satisfacer las siguientes condiciones:

Cada elemento debe ser una probabilidad, o sea debe tener un valor entre 1 y 0. Esto refleja sencillamente el hecho de que es imposible una probabilidad negativa o tener un valor de probabilidad mayor que 1.

Cada fila debe sumar exactamente 1. Si se suman las probabilidades de todos los resultados posibles, esta suma evidentemente debe ser igual a 1.

La matriz de transición P de cualquier cadena de Markov finita con probabilidades de transición estacionarias es una matriz estocástica; si esta matriz de transición se escribe empleando la notación general según Matas-Soberón & Treball-Final de Grau, 2020), tendrá la siguiente forma:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} S_1 & S_2 & & S_m \end{array} \\ P = \begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_m \end{array} & \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\text{donde}: 0 \le P_{ij} \le 1 \qquad \sum_{j=1}^{m} P_{ij} = 1,\ i = 1,\ 2,\dots,\ m$$

Un vector de probabilidad debe satisfacer requisitos similares a los de una matriz de transición, o sea, que cada elemento debe ser una probabilidad, esto es $0 \le P_{ij} \le 1$ y que la suma de los elementos del vector debe ser igual a 1,

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ij} = 1$$

Por tanto, una matriz de transición P esta compuesta por filas de vectores de probabilidad V_i.

En la Tabla 2 se expresan las probabilidades condicionales de falla o funcionamiento defectuoso de todos los posibles periodos de operación de una máquina agrícola. Esta representa la probabilidad de funcionamiento defectuoso durante el periodo n=1 cuando se conoce que la máquina agrícola ha tenido una vida de servicio de n periodos. Utilizando los valores hipotéticos reflejados para el ejemplo en dicha tabla es posible representar la matriz de transición.

La matriz de transición P se interpreta planteando que si la máquina agrícola está recién reparado (en el estado S_0), la probabilidad de que pueda fallar y por tanto ser reparado durante el siguiente intervalo de tiempo es 0,100, análogamente si la unidad hubiera tenido un tiempo de funcionamiento de un turno (en el estado S_1) la probabilidad de fallar y casi comenzar el segundo intervalo en el estado S_0 es 0,148. Se observa que, si el equipo está ahora en el estado S_5, o sea, ha funcionado durante 5 turnos, la probabilidad de fallas es 1 y por tanto debe repararse y comenzar en el estado S_0 en el siguiente intervalo.

TABLA 2. Matriz de transición de las fallas probables

Estado presente	Edad al comienzo del intervalo				
(Edad al comienzo del intervalo)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
0	Q(1)	**P(1)**	0	0	0
1	Q(2)	0	**P(2)**	0	0

Estado presente (Edad al comienzo del intervalo)	Edad al comienzo del intervalo 0	1	2	3	4
2	Q(3)	0	0	**P(3)**	0
3	Q(4)	0	0	0	**P(4)**
4	Q(5)	0	0	0	0
5	Q(6)	0	0	0	0

Para analizar este problema mediante la utilización de las cadenas de Markov, se define un vector X_n que representa el número de máquinas agrícola en cada estado durante n periodos. Si todos las máquinas agrícolas comienzan a trabajar precisamente después de haber sido reparados, $X_0 = [10\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$, significa que todos las máquinas agrícolas están en el estado S_0. S_i se multiplica este vector por la matriz P, X_0 P, el resultado será X_1, esto es, número esperado de máquinas agrícolas en cada estado después de un turno, $X_1 = [1\ 9\ 0\ 0\ 0\ 0]$. Lo que implica que durante el primer turno se espera que una máquina agrícola pueda requerir una operación de servicio técnico y por lo tanto regresar al estado S_0 (Daquinta, 2008).

Los vectores X^2, X^3, X^4 y X^5 representan el número esperado de máquinas agrícolas en cada estado después de 2, 3, 4, o 5 turnos de trabajo cuando el mantenimiento se efectúa después de la falla.

$$Matriz\quad P = \begin{array}{c} \\ S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} S_0 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0{,}100 & 0{,}90 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}148 & 0 & 0{,}852 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}261 & 0 & 0 & 0{,}739 & 0 & 0 \\ 0{,}588 & 0 & 0 & 0 & 0{,}412 & 0 \\ 0{,}667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}333 \\ 1{,}000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$P \cdot X^n = X^{n+1}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0{,}100 & 0{,}9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}148 & 0 & 0{,}852 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}261 & 0 & 0 & 0{,}739 & 0 & 0 \\ 0{,}588 & 0 & 0 & 0 & 0{,}412 & 0 \\ 0{,}667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}333 \\ 1{,}000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot X^0 [10\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0]$$

$$\begin{aligned} P \cdot X^0 = X^1 = & (10 \cdot 0{,}100 + 0 \cdot 0{,}148 + 0 \cdot 0{,}261 + 0 \cdot 0{,}588 + 0 \cdot 0{,}667 + 0 \cdot 1{,}0) \\ & (10 \cdot 0{,}9 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0) \\ & (10 \cdot 0 + 0 \cdot 0{,}852 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0) \\ & (10 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0{,}739 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0) \\ & (10 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0{,}412 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0) \\ & (10 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0{,}333 + 0 \cdot 0) \end{aligned}$$

$$X^1 = [1\quad 9\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0]$$

Los vectores X^2, X^3, X^4 y X^5 representan el número esperado de máquinas agrícolas en cada estado después de 2, 3, 4, o 5 turnos de trabajo cuando el mantenimiento se efectúa después de la falla.

$$X^2 = [1{,}432\quad 0{,}9\quad 7{,}668\quad 0\quad 0\quad 0] \qquad X^3 = [2{,}278\quad 1{,}289\quad 0{,}767\quad 5{,}667\quad 0\quad 0]$$

$$X^4 = [3{,}951\quad 2{,}050\quad 1{,}098\quad 0{,}567\quad 2{,}335\quad 0]$$

$$X^5 = [2{,}875\quad 3{,}556\quad 1{,}747\quad 0{,}811\quad 0{,}233\quad 0{,}777]$$

En este caso un estado puede describir la condición de la máquina agrícola en funcionamiento, con una falla en espera de ser reparada, o en reparación. Cada estado es discreto, y por lo menos en algunos casos la probabilidad del estado de la máquina en la siguiente observación depende de su estado actual. Considerando un sistema con (n) elementos con redundancia activa total, donde la tasa de falla por elementos sea (λ) constante y (μ) su tasa constante de reparación. Tal sistema podría encontrarse en los siguientes estados S.

S_o Todos los equipos se encuentran trabajando.

S_1 Uno de los equipos falló y está parado por reparación.

S_2 Dos de los equipos fallaron y esperan la reparación.

S_{n-1} De los n equipos únicamente uno funciona y el resto está en reparación.

S_n Todos los equipos están fuera de servicio.

Con esta definición de los estados podemos decir que.

P_{01} Probabilidad por unidad de tiempo de que el sistema, encontrándose en el estado 0 pase al 1 será nλ.

P_{10} Probabilidad por unidad de tiempo de que el sistema, encontrándose en el estado 1, pase al 0 será μ.

P_{00} Probabilidad por unidad de tiempo de que el sistema, encontrándose en el estado 0, continúe en él, será 1- (n.λ).

Análogamente tendremos

$$\begin{array}{lll} P_{01} = \lambda \cdot n & P_{10} = \mu & P_{00} = 1-(\lambda \cdot n) \\ P_{12} = \lambda(n-1) & P_{21} = \mu & P_{11} = 1[\lambda(n-1)+\mu] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{(n-2)(n-1)} = \lambda \cdot 2 & P_{(n-1)(n-2)} = \mu & P_{(n-1)(n-1)} = 1-[\lambda \cdot 2+\mu] \\ P_{(n-1)n} = \lambda & P_{n(n-1)} = \mu & P = 1-[\lambda+\mu] \end{array}$$

En la figura 1 se presenta la cadena correspondiente entre los distintos estados, es decir, establecer el Grafo general de n Estado,

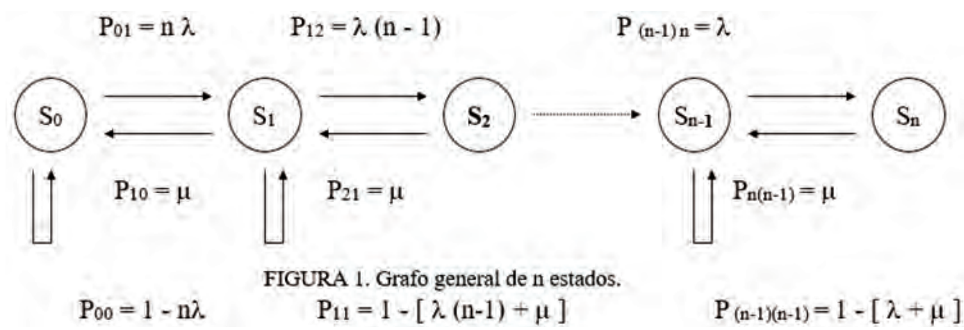

FIGURA 1. Grafo general de n estados.

Si analizamos un instante t, la probabilidad de que en el instante t + Δt, el sistema continúe en el estado S_0 será:

$$P_0'(t) = -n \cdot \lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot \bar{P}_1(t)$$

Análogamente se pueden establecer las ecuaciones para los restantes estados

$$\begin{aligned} &P_0'(t) = -n \cdot \lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t) \\ &P_1'(t) = n \cdot \lambda \cdot P_0(t) - [\lambda(n-1)+\mu]P_1(t) + \mu \cdot P_2(t) \\ &. \\ &. \\ &. \\ &P'_{(n-1)}(t) = 2\lambda \cdot P_{n-2}(t) - (\lambda+\mu)P_{n-1} + \mu \cdot P_n(t) \\ &P_n(t) = P_{n-1}(t) - \mu \cdot P_n(t) \end{aligned}$$

Si el mantenimiento es una actividad que surge junto con el diseño del equipo agrícola y se mejora durante el trabajo con él, podemos decir que en este momento el mantenimiento se convierte en un diseño estructurado y organizado que funciona para garantizar la disponibilidad y confiabilidad de los equipos agrícolas e instalaciones en función de la rentabilidad de la empresa (Acuña, 2003; Acuña-Acuña, 2022; Aguilar-Otero et al., 2010).

La disponibilidad, objetivo principal del mantenimiento, puede ser definida como la confianza de que un equipo agrícola que recibió mantenimiento, ejerza su función satisfactoriamente para un tiempo dado, se expresa como el porcentaje de tiempo en que el equipo está listo para operar, pudiendo exprese a través de la siguiente matriz.

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{P(t)} = [\boldsymbol{D}] \cdot \boldsymbol{P(t)} \qquad \frac{d}{dt}\boldsymbol{P(t)} = [\boldsymbol{F}] \cdot \mathbf{P(t)}$$

Matriz de disponibilidad:

La confiabilidad de un equipo agrícola es la probabilidad de que equipo pueda desempeñar su función requerida durante un intervalo de tiempo establecido y bajo condiciones de uso definidas, se puede expresar por la siguiente matriz.

Matriz de confiabilidad:

Observando estas matrices puede constatarse que cumplen las siguientes propiedades evidentes por si mismas:

$$\begin{bmatrix} P_0' \\ P_1' \\ \vdots \\ P_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n\lambda & \mu & 0\cdots 0 & 0 \\ n\lambda & -[\lambda(n-1)+\mu] & \mu \cdots 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0\cdots\lambda & -\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}$$

Los elementos de la diagonal principal son negativos $P_{ij} \leq 0$

Los restantes elementos son positivos o nulos $P_{ij} \geq 0$

La suma de los elementos de una columna cualquiera es nula; por lo tanto, los elementos de la diagonal principal son iguales y de signo contrario a la suma de los restantes elementos de su columna.

Las técnicas, de aplicación del álgebra matricial a sistemas de ecuaciones lineales, pueden emplearse para determinar las condiciones de estado estable, y conocida la confiabilidad y mantenibilidad de un equipo o parque de máquinas agrícolas, poder determinar su disponibilidad y orientar correctamente la política de mantenimiento. En resumen.

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.432 & 0.9 & 7.668 & 0 & 0 & 0 \\ 2.278 & 1.289 & 0.767 & 5.66 & 0 & 0 \\ 3.95 & 2.050 & 1.098 & 0.567 & 2.335 & 0 \\ 2.875 & 3.596 & 1.747 & 0.811 & 0.233 & 0.777 \end{bmatrix}$$

En cada caso, el valor que representa el estado S_0 indica el número esperado de máquinas agrícolas que fallan durante un periodo de tiempo. Con la aplicación del álgebra matricial a sistemas de ecuaciones lineales es posible determinar las condiciones de estado estable cuando se realiza el mantenimiento solamente después de la falla (mantenimiento correctivo).

$$X^* \cdot P = X^*$$

$$\begin{bmatrix} X_0^* & X_1^* & X_2^* & X_3^* & X_4^* & X_5^* \end{bmatrix} \cdot P = \begin{bmatrix} X_0^* & X_1^* & X_2^* & X_3^* & X_4^* & X_5^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 0{,}100X^* + 0{,}148X^* + 0{,}261X^* + 0{,}588X^* + 0{,}667X^* + 1X_5 &= X_0^* \\ 0{,}900X_0^* &= X_1^* \\ 0{,}852X_1^* &= X_2^* \\ 0{,}739X_2^* &= X_3^* \\ 0{,}412X_3^* &= X_4^* \\ 0{,}733X_4^* &= X_5^* \end{aligned}$$

El valor de X^* se determina a partir de las últimas 6 ecuaciones.

$$X^* = [2{,}74 \quad 2{,}47 \quad 2{,}06 \quad 1{,}64 \quad 0{,}82 \quad 0{,}27]$$

Puesto que $X_0^* = 2{,}74$ esto significa que en condiciones de estado estable un promedio de 2,74 de las diez máquinas agrícolas pueden fallar en cada turno de trabajo.

Para establecer una estrategia de mantenimiento a seguir con un grupo de equipos dados, deben evaluarse diversas estrategias y utilizar aquella donde el reemplazo se realice con un costo mínimo. Para analizar este aspecto podemos suponer los siguientes planes de servicios técnicos.

Plan A- Realizar mantenimiento correctivo cuando se presente la falla.

Plan B- Realizar mantenimiento correctivo cuando se presente la falla, pero después del segundo periodo reparar el equipo.

Plan C- Realizar mantenimiento correctivo cuando se presente la falla, pero después del tercer periodo reparar el equipo.

Plan D- Realizar mantenimiento correctivo cuando se presente la falla, pero después del cuarto periodo reparar el equipo.

Para este ejemplo podemos suponer que partimos de las siguientes condiciones: el costo de una interrupción no programada debido a la ocurrencia de una falla es de 250,00 peso y el costo básico de un mantenimiento técnico programado por máquina agrícola es de 50,00 peso.

Una máquina que falla puede repararse durante el mismo turno y comenzar al siguiente recién reparada. Si se efectúa un mantenimiento programado al final del mismo turno en el cual se presenta la falla, se incurre en el costo de interrupción no programada (250,00 peso). Sin embargo, el costo básico de mantenimiento se aplica al mantenimiento programado.

Para evaluar el plan A, se consideran condiciones de estado estable. Aunque las unidades pueden haber comenzado en las mismas condiciones, después de algún tiempo habrá condiciones de estado estable. Considerando que en cada periodo como promedio 2,74 equipos tendrán una interrupción no programada por tanto el costo total promedio (CTP) será el costo de estas reparaciones y los costos adicionales (Daquinta-De la Cruz & Daquinta-Gradaille, 2021).

CTP (Plan A) = (250,00 + 50,00) 2,74 = 822,00 peso por turno.

En este caso siempre se incurre tanto en el costo de mantenimiento como en el costo adicional de una interrupción no programada por roturas imprevista de la máquina agrícola.

Para evaluar el *plan B*, se utiliza la expresión siguiente.

$$CTP = \frac{I}{n} + \frac{F(X_n) \cdot C_f}{n}$$

Donde: I - costo de la inversión inicial, o sea costo básico del mantenimiento 250,00 (10) = 2500,00 peso.

N vida de servicio planeada para el plan B = 2.

$F(X_n)$número esperado de fallas durante el tiempo n.

C_f costo de la falla = 250,00 + 50,00 peso.

Si la falla se presenta durante el n-ésimo periodo deben modificarse los términos F (X_n) y C_f, solamente deben contabilizarse 250,00 peso contra ese ciclo de servicio técnico.

$$CTP\ B = \frac{500}{2} + \frac{1}{2}\left[1(300) + 1432(250)\right] = 75800\, porturno.$$

Puede observarse que para determinar el número de interrupciones hemos empleado los datos sobre fallas a partir de los vectores X^1 y X^2.

Para evaluar el *plan C* se utiliza el mismo procedimiento excepto que n=3 y por lo tanto debe utilizarse el número esperado de fallas a partir de los vectores X^1, X^2, X^3.

$$CTP\ C = \frac{500}{3} + \frac{1}{3}\left[1(300) + 1{,}432(300) + 2{,}278(250)\right] = 599{,}70\, peso\ \ por\ turno.$$

Por consiguiente, el costo disminuye al prolongar el periodo planeado de servicio. Finalmente, para el plan D deben considerarse cuatro periodos con n = 4.

$$CTP\ D = \frac{500}{4} + \frac{1}{4}\left[1 + 1{,}432 + 2{,}278(300) + 3{,}951(250)\right] = 725{,}18\, peso\ \ por\ turno.$$

Puesto que para el *plan D* el costo total promedio aumenta, no hay necesidad de evaluar estrategias de servicio técnico con mayores valores de n. De los cuatro planes, el plan C, que consiste en realizar un mantenimiento correctivo cuando se presenta la falla y después de cada tercer turno hacer una reparación, brinda el costo mínimo de operación 599,70 peso

CONCLUSIONES

- La determinación y evaluación de políticas de mantenimiento es un campo altamente probabilístico y se convierte en un diseño estructurado y organizado que funciona para garantizar la disponibilidad y confiabilidad de las máquinas agrícolas e instalaciones en función de la rentabilidad de la empresa
- Las cadenas de Markov constituyen una ingeniosa y elegante herramienta matemática que facilita el manejo de información acumulada, apoyando con ello la formulación de políticas de mantenimiento de las máquinas agrícolas a través de un modelo probabilístico que describen la evolución futura de un proceso a partir de su estado actual, con un número finito de estados y probabilidad de transición estacionarias, permitiendo predecir cómo se comportará el equipo durante su ciclo de vida e identificar los tipos de riesgo involucrados con cada estrategia de mantenimiento.
- Las cadenas de Markov, como modelo matemático, permiten formular el proceso de reemplazo de una máquina agrícola durante el establecimiento de la política de mantenimiento logrando un incremento de la confiabilidad y la disponibilidad con una reducción de los costos por servicios técnicos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acuña, A. J. (2003). *Ingeniería de confiabilidad*. Editorial Tecnológica de Costa Rica, ISBN: 9977-66-141-3.

Acuña-Acuña, J. (2022). *Ingeniería de confiabilidad*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Aguilar-Otero, J. R., Torres-Arcique, R., & Magaña-Jiménez, D. (2010). Análisis de modos de falla, efectos y criticidad (AMFEC) para la planeación del mantenimiento empleando criterios de riesgo y confiabilidad. *Tecnología, Ciencia, Educación*, *25*(1), 15-26, Publisher: Instituto Mexicano de Ingenieros Químicos AC.

Allen, L. J. S. (2010). *An introduction to stochastic processes with applications to biology*, CRC press, 2 ed. Florida, USA: Chapman & Hall/CRC ISBN: 1-4398-9468-X.

Álvarez, A. H. R. (2023). *Cadenas de Markov* (p. 33). Universidad Tecnológica de Panamá UTP. https://www.academia.utp.ac.pa›files›docente

Bedoya, J. C., & Barrera, M. (2006). Convergencia de las cadenas de Markov. *Scientia et technica, 3*(32), ISSN: 2344-7214,.

Daquinta, A. (2008). *Mantenimiento y reparación de la maquinaria agrícola* (Libro de texto. Capítulo 3). Editorial Félix Varela, La Habana, Cuba, ISBN; 978-959-07-0889-3.

Daquinta-De la Cruz, A., & Daquinta-Gradaille, A. (2021). Metodología para la determinación del intervalo óptimo de reemplazo de un equipo agrícola. *Ingeniería Agrícola, 11*(2), 66-71. ISSN: 2306-1545, *Publisher: Instituto de Investigaciones de Ingeniería Agrícola, La Habana, Cuba.*.

Delgado-Moya, E. M., & Marrero-Severo, A. (2018). Estudio estocástico con el uso de cadenas de Markov para la transmisión del dengue. *Uniciencia*, 32(1), 108-117, ISSN: 2215-3470, Publisher: https://creativecommons. org/licenses/by-nc-nd/3.0/deed. es. DOI: http://dx.doi. org/10.15359/ru.32-1.7.

Escobar-Mejía, A. E., Holguin, M., & Betancourt, G. (2007). Uso de las cadenas de Markov en la selección de políticas de mantenimiento. *Scientia et technica,* 13(34), 115-120, ISSN: 0122-1701*, Publisher: Universidad Tecnológica de Pereira*.

Guzmán, G. (2017). *Modelo Estocástico de cadenas de Markov ocultas para el problema de quiebra de las empresas ecuatorianas, en un sector específico de la economía ecuatoriana* [Tesis de Maestría]. Escuela Polítecnica Nacional, Quito, Publisher: Escuela Polítecnica Nacional, Quito.

Kirkwood, J. R. (2015). *Markov processes* (London: CRC Press Taylor&Francis Group, Vol. 20). CRC press, ISBN: 1-4822-4074-2.

Lawler, G. F. (2018). *Introduction to stochastic processes* (2 ed. Florida, USA: Chapman&Hall/CRC). CRC Press, 2 ed. Florida, USA: Chapman & Hall/CRC, ISBN: 1-4822-8611-4.

Matas-Soberón, J. J., & Treball Final de Grau. (2020). *Una Introducción a las Cadenas de Markov y sus Aplicaciones*. Escola Politècnica Superior Universitat de les Illes Balears Palma, Publisher: Universitat de les Illes Balears.

Rosas, L. C., & Rosas, J. I. S. (2019). Sobre cadenas de Markov y su potencial en las aplicaciones. *Epistemus, 13*(26), 7-12, ISSN: 2007-8196, www.epistemus.uson.mx

Sánchez, G. J. (2020). *Cadena de Markov*. https://economipedia.com/definiciones/cadena-de-markov.html

Schneider, J., Gaul, A. J., Neumann, C., Hogräfer, J., Wellßow, W., Schwan, M., & Schnettler, A. (2006). Asset management techniques. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 28*(9), 643-654 ISSN: 0142-0615*, Publisher: Elsevier*.

Shamblin, J. E., & Stevens Jr, G. (2010). *Investigación de Operaciones (Un enfoque fundamental) México*. Editorial McGraw-Hill. México. Capítulo 3 y 5., ISBN: 968-451-284-8, Publisher: Mc. Graw-Hill.

Zapata, C. (2011). *Confiabilidad en ingeniería*, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia:

Antonio Daquinta-Gradaille, Dr.C. Profesor e Investigador Titular, Agencia Servicuba, Inc: Hialeah, Florida, USA, e-mail: daquintagradaille@gmail.com ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-7723-5324

Antonio Daquinta-de la Cruz, MSc., Profesor, Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez, Carretera a Morón km 9. Teléfonos: +53 53132667. Ciego de Ávila, Cuba, e-mail; antoniod@unica.cu / antonioddcruz85@gmail.com ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-3907-2621

Ardían Daquinta-Márquez, Ing., TEMAI Ingenieros S. L., e-mail: adaquintam@gmail.com ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-4678-9142

CONTRIBUCIONES DE AUTOR:

Conceptualización: Antonio Daquinta-Gradaille, Antonio Daquinta-de la Cruz. Curación de datos: Antonio Daquinta-Gradaille, Antonio Daquinta-de la Cruz, Ardían Daquinta-Márquez. Análisis formal: Antonio Daquinta-Gradaille. Investigación: Antonio Daquinta-Gradaille, Antonio Daquinta-de la Cruz, Ardían Daquinta-Márquez,. Metodología: Antonio Daquinta-Gradaille. Supervisión: Antonio Daquinta-Gradaille, Antonio Daquinta-de la Cruz. Redacción–borrador original: Antonio Daquinta-Gradaille, Antonio Daquinta-de la Cruz, Ardían Daquinta-Márquez. Redacción–revisión y edición: Antonio Daquinta--Gradaille, Antonio Daquinta-de la Cruz, Ardían Daquinta-Márquez.

Los autores de este trabajo declaran no presentar conflicto de intereses.

La mención de marcas comerciales de equipos, instrumentos o materiales específicos obedece a propósitos de identificación, no existiendo ningún compromiso promocional con relación a los mismos, ni por los autores ni por el editor.